

Правительство Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Санкт-Петербургский государственный университет»  
Факультет прикладной математики – процессов управления  
Кафедра компьютерного моделирования и многопроцессорных систем

На правах рукописи

УДК 532.511  
519.688

Храмушин Василий Николаевич

**«МЕТОДОЛОГИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА  
В ГИДРОМЕХАНИКЕ НА БАЗЕ СОВРЕМЕННЫХ  
КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»**  
(Трехмерная тензорная математика  
вычислительных экспериментов в гидромеханике)

Специальность: 05.13.18 – Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
доктора технических наук

Санкт-Петербург  
2015<sub>-11-23</sub> – 2016<sub>-10-22</sub> ...

Работа выполнена в Санкт-Петербургском государственном университете

Научный консультант: Дегтярев Александр Борисович

Официальные оппоненты:

---

---

Ведущее предприятие: Научно-инженерное общество им. А.Н.Крылова

Защита планируется на 2016 год, возможная ориентация на Специализированный ученый совет Д 212.232.50 при Санкт-Петербургском государственном университете (198504, Санкт-Петербург, Петергоф, Университетский просп., 35, тел. (812) 428-71-59)

С диссертацией можно ознакомиться на корабельном портале [www.ShipDesign.ru](http://www.ShipDesign.ru), автореферат представлен 25 декабря 2015 г. Отзывы можно направлять в адрес Ученого Совета СахНТО судостроителей им. А.Н. Крылова по адресу: [Khram@Mail.ru](mailto:Khram@Mail.ru).

Ученый секретарь специализированного совета

---

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность проблемы.

Работа посвящена созданию математических моделей и численных алгоритмов с опорой на возможности формального проектирования и практической реализации прямых вычислительных экспериментов.

Архитектура современного цифрового вычислительного комплекса создает весьма строгую логическую основу унифицированного математического языка для арифметико-логического представления явлений и законов механики сплошных сред, что требуется для эффективной постановки прямых вычислительных экспериментов при решении широкого круга прикладных задач нестационарной гидромеханики, механики сплошных сред и физической теории поля.

Совершенствование современных компьютеров стоит на пути вовлечения вычислительных операций в весьма вольные формализации множества локально-связных цифровых геометрических объектов, независимо существующих и трансформирующихся в окружении аналогичных виртуальных сущностей, и по совокупности создающих удобную среду для моделирования реального взаимодействия смежных числовых ячеек-частиц сплошной среды. Глубокое распараллеливание вычислительных процессов служит возрождению на новом техническом уровне прикладного функционального программирования, обеспечивающего сквозной контроль вычислительных процессов с автоматическим применением разномасштабных гибридных схем и адаптивных математических моделей для достоверного воспроизведения фундаментальных законов физики и механики сплошных сред. Тензорная формализация числовых объектов и вычислительных операций, в таком случае, служит пространственной интерполяции параметров реологического состояния и законов гидромеханики в качестве математических моделей в локаль-

ных координатах элементарных числовых ячеек – крупных частиц жидкости.

### Цель работы.

Из необходимости адаптивного управления вычислительным экспериментом со сквозным контролем текущего состояния всех числовых объектов и операций, устанавливаются функциональные или контекстные требования к специализированной среде программирования для проектирования, построения и реализации прямых вычислительных экспериментов в континуально-корпускулярных физических средах. В качестве вычислительной модели принимается система пространственных аппроксимаций на основе трехмерной тензорной математики, реализующей последовательное интегрирование первого порядка для физических полей по скалярному аргументу – времени, что в полной мере определяет постановку и решение задачи механики сплошных сред, в том числе с использованием различных реологических характеристик жидкости для сложных и нестационарных условий ее динамического состояния.

### Методы исследования.

Работа основана на исследовании современных методов проектирования и реализации вычислительных экспериментов при моделировании нестационарных течений реальной жидкости, с практической ориентацией на эволюционное совершенствование архитектуры и технических возможностей современных суперкомпьютеров.

Теоретическим инструментарием выбран синтез математических зависимостей для непосредственного численного представления физических явлений и процессов в качестве компьютерных числовых объектов и алгоритмических операций, представляемых в контекстно-зависимой функциональной среде для адаптивного применения законов

механики жидкости в зависимости от критериев повсеместного контроля состояния сеточных ячеек-частиц на разделенных по физическим процессам континуально-корпускулярных этапов численного моделирования.

### Ключевые направления исследований

Поисковые исследования сосредоточиваются на логическом синтезе математического и алгоритмического инструментария для реализации прямых вычислительных экспериментов при решении прикладных задач механики сплошных сред и гидромеханики реальных жидкостей. В проектировании конкретных алгоритмов учитываются технические особенности архитектуры компьютера и практическая возможность доступа к графическим ресурсам для управляемой (интерактивной) визуализации физических полей непосредственно в процессе проведения вычислительных экспериментов при моделировании нестационарных процессов в гидромеханике реальных вязких и сжимаемых жидкостей.

Объединение множества технических возможностей, в том числе по визуализации и контролю моделируемых физических явлений и процессов непосредственно в процессе расчетов, стало возможным на пути логического синтеза специального методологического базиса, как особого функционального арифметико-логического языка для реализации прямых вычислительных экспериментов в гидромеханике с заданным классом вычислительных моделей (явные схемы со сквозным распараллеливанием расчетов).

1) оптимальные алгоритмы вычислительной математики для непосредственного численного представления и описания физических процессов в механике сплошных сред в размерной форме;

2) базовые числовые объекты и вычислительные операции на объектно-ориентированном языке C++, обеспечивающие гибкость практи-

ческого программирования в сеточных областях и с множествами свободных частиц;

3) построение базовых алгоритмов с выполнением исходных условий по эффективной графической визуализации промежуточных данных и результатов вычислений.

Главным направлением исследований является формализованный аппарат тензорной математики, позволяющий единообразно отображать пространственные объекты и операции с ними, включая представление законов механики в сильно деформирующейся сплошной среде с помощью числовых объектов и сопутствующих алгоритмов дискретных цифровых вычислительных систем. Разделение вычислительного эксперимента по независимым физическим процессам с интегрированием движения и внутренней механики крупных частиц жидкости с помощью разделенных разностей не выше первого порядка, в практической реализации позволяет ориентироваться на использование явных численных схем с канонической записью законов гидромеханики, что, в свою очередь, обеспечивает распараллеливание вычислительных процессов до уровня индивидуальной обработки узлов и ячеек сеточной области трехмерного пространства.

Оптимальным по сложности и наиболее эффективным инструментарием для проектирования сложных программных комплексов и вычислительных схем с внутренним контролем состояния моделируемой сплошной среды, активно используются алгоритмы на основе трехмерной тензорной математики, числовые объекты которой однозначно трансформируются в однородные координаты для визуализации крупных частиц жидкости и всех вычислительных процессов с помощью стандартных графических средств, типа OpenGL, в том числе с применением возможностей независимого контроля состояния и автоматической адаптации численных схем на основе прекрасно зарекомендовавших себя методов линейной алгебры и аналитической геометрии, обра-

зующих объекты и операции «однородных координат», органично охватываемых алгоритмическими построениями тензорной математики, основанной на физических моделях и математических операциях тензорного исчисления и анализа.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Методология проектирования вычислительного эксперимента в обобщенной троичной логике лингвистических определений: явление – процесс – развитие, ориентированная на синтез разнородных алгоритмов для формирования вычислительного эксперимента, с возможностью функционального анализа программных компонент для достижения корректного решения физической задачи с применением гибридных численных схем в зависимости от текущего состояния моделируемых потоков реальной жидкости.

2. Континуально-корпускулярный подход в проектировании и постановке прямого вычислительного эксперимента в гидромеханике с разделением этапов вычислений по физическим процессам, с линейным интерполированием физических полей и процессов, где законы гидромеханики определяются двойным последовательным интегрированием;

3. Числовые объекты и операции тензорной арифметики – геометрии – математики со строгим определением элементарных физических явлений и процессов в трехмерном пространстве и абсолютном скалярном времени, с возможностью отображения моделируемых физических полей на независимо работающих графических устройствах.

4. Формирование концепции явных численных схем для моделирования в гидромеханике со сквозным контролем состояния каждой расчетной ячейки-частицы, с возможностью применения гибридных схем для динамического выбора оптимальных математических, асимптотических или эмпирических моделей для представления инженерных задач.

5. Математические модели, вычислительные алгоритмы и завершённые комплексы программ для реализации вычислительных экспериментов в гидромеханике с использованием методологии континуально-корпускулярных взаимодействий сеточных ячеек и элементарных частиц сплошной среды.

#### Научная новизна

В настоящем исследовании представлен обобщённый вариант математической систематизации вычислительных моделей для оптимального проектирования и эффективной реализации вычислительных экспериментов при моделировании нестационарных процессов в механике сплошных сред, изначально ориентированный на прямое отображение технической архитектуры и особенностей цифровой многопроцессорной техники на конкретные числовые объекты и алгоритмические операции для моделирования пространственных явлений и нестационарных процессов в гидромеханике реальных жидкостей.

#### Ключевые научные результаты

1. Систематизированы правила тензорной арифметики для моделирования прямых и обратных линейных пространственных преобразований для однозначного геометрического представления в глобальной системе координат сеточных интерполяционных пространств с числовыми ячейками со свойствами подвижных, поляризованных и деформируемыми корпускул, наделённых взаимными аппроксимационными свойствами с помощью тензорных операций в связанных локальных базисах;

2. В тензорном поле строится описание реологических свойств жидкости в локальных базисах расчетных корпускул, законы существования и механика взаимодействия которых связывается пространственными аппроксимационными зависимостями, адаптирующимися к режи-



мам течения и состоянию сплошной среды с помощью динамического контроля тензорных инвариант как для собственно частиц жидкости, так и для условий их ближнего взаимодействия;

3. В тензорной форме реализуется использование базовых законов гидромеханики для построения вычислительного эксперимента с помощью последовательного разностного дифференцирования первого порядка в пространстве и времени, в котором разделение этапов вычислений по континуально-корпускулярным физическим процессам обеспечивает последовательный контроль состояния сплошной среды и прямое моделирование нестационарных физических процессов и потоков реальной вязкой и упругой жидкости.

В контексте настоящего исследования приводится обоснование большей полноты и непротиворечивости новых математических правил и физических законов в отношении аналогичных математических моделей механики сплошных сред в форме систем дифференциальных уравнения в частных производных.

#### Достоверность материалов и результатов исследования

Результаты прямых вычислительных экспериментов с высокой точностью совпадают с известными аналитическими решениями. Достоверность сложных вычислительных экспериментов подтверждается сравнительными сопоставлениями результатов вычислительных экспериментов и полевых наблюдений за моделируемыми процессами в естественных природных условиях [2, 7], также как при выполнении успешных проектных изысканий [4, 9] с целью минимизации силового воздействия штормовых волн на морские инженерных сооружения.

#### Авторство ключевых результатов исследования

Исходные направления исследований и успешные вычислительные опыты впервые поставлены в Ленинградском кораблестроительном

институте. Инициатором изучения гибридных аналого-цифровых задач на основе тензорной математики для прямых вычислительных экспериментов в 1980 г. стал Юрий Николаевич Кулеш – кафедра теоретической механики («Наири-К»). В 1982 г. под руководством Вальтера Борисовича Амфилохиева – профессора кафедры гидромеханики, к вычислительным опытам («Мир-2») были добавлены аналоговые электрогидродинамические измерения; ускорившие синтез основных положений и геометрических понятий тензорной математики, всесторонне изученных в 1983 г. в уникальном курсе по механике реальных жидкостей в тензорной нотации в авторском изложении Бориса Валентиновича Мукосеева. В 1984 г. это позволило реализовать прикладные вычислительные эксперименты («ЕС-1060») для обобщения результатов испытаний моделей судов в опытовом бассейне кафедры теории корабля, при активном участии Александра Николаевича Холодилина, с последующим построением первых вычислительных моделей нестационарного волнообразования при поддержке Александра Николаевича Шебалова. Ключевые модели тензорной математики для прикладных задач гидромеханики реальных жидкостей в современном изложении сформулированы в 1985 г. в дискуссиях с профессором кафедры термодинамики Николаем Николаевичем Сунцовым.

#### Апробация работы.

Теоретическая проработка и практическое использование континуально-корпускулярных подходов в гидромеханике нашло практическое применение в 1986 г. в реализации прямых вычислительных экспериментов по моделированию гидродинамики океана: цунами и морских наводнений, в рамках планов научных исследований лаборатории цунами Института морской геологии и геофизики Дальневосточного отделения Академии наук СССР. Первые реализации программ на основе Лагранже-Эйлера подхода обсуждались в докладах на Всесоюзных со-

вещаниях по проблема цунами в 1987 г. в Шушенском [16], и в 1988 г. в Обнске [17]. Основные теоретические разработки в области тензорной математики для проектирования и реализации вычислительных экспериментов в гидромеханике в том же году были опубликованы препринтом [1] в ИМГиГ ДВО АН СССР, с последующим обсуждением ключевых особенностей эффективного использования современной вычислительной техники [18–20] на конференции молодых ученых ИМГиГ ДВО АН СССР в 1990 г.

В дальнейшем континуально-корпускулярный подход в численном моделировании при решении прикладных задач взаимодействия атмосферы и океана, длинноволновой динамики в открытом океане и вблизи побережья, а также в проектных изысканиях оптимальных обводов судов для достижения наилучшей мореходности в условиях дальневосточных морей России, активно обсуждался на общероссийский и международных научных форумах, с публикацией результатов исследований в центральных общероссийских и международных периодических научных изданиях [21–71].

Среди важнейших научных публикаций следует отметить монографию «Трехмерная тензорная математика вычислительных экспериментов в гидромеханике» [5] 2005 года, публикации строго по этой же теме в общероссийских научных изданиях [33, 35, 42, 55, 57, 59, 63, 70, 71]. С использованием систематических результатов вычислительных экспериментов по моделированию гидродинамических процессов в океане [2, 7] и в задачах корабельной гидромеханики [4, 6, 9].

Регулярное участие с практическими результатами и материалами вычислительных экспериментов на научных форумах: 3<sup>rd</sup> – 7<sup>th</sup> Asia-Pacific Workshop on Marine Hydrodynamics [41, 45, 58], 2004-2014 гг (Корея, Китай, Япония, Малайзия, Россия); 10<sup>th</sup>, 12<sup>th</sup> International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles [43, 64] (Санкт-Петербург-2009, Афины-2013, Глазго-2015); 14<sup>th</sup> International Ship Stability Workshop [56,

57] (Malaysia-2014); XLIII–XLV Крыловские чтения [44, 47, 54] (Санкт-Петербург, 2009–2013 гг); I и II Российские научно-практические конференции судостроителей «Единение науки и практики – 2007 и 2010»; IV Съезд Российского НТО судостроителей им. акад. А. Н. Крылова [50], пленарный доклад 16 октября 2012 г., Центральный Военно-морской музей, Санкт-Петербург; I – IV Сахалинская региональная морская научно-техническая конференция «Мореходство и морские науки» [12–15] (Южно-Сахалинск, 2008-2013); International Conference on Mathematical Modeling and Computational Physics [53, 70, 71] (ММСР-2013 и 2015), и Международной конференции «Распределенные вычисления и грид-технологии в науке и образовании» [65, 66, 67] (Grid'2014) организуемых Объединенным институтом ядерных исследований в г. Дубна.

#### Публикации.

По теме диссертации и смежным вопросам подготовлено и опубликовано 180 публикаций, из них 134 научных статей; 9 заявок и патентов России на изобретения; 12 авторских свидетельств на программы и базы данных для ЭВМ; 2 патента на полезные модели; 9 научных монографий и 6 сборников научных статей.

#### Объем работы.

Диссертационная работа состоит из вводного раздела, двух глав с представлением основных математических зависимостей и физических законов, с последующим обобщением в виде числовых объектов и программных алгоритмов объектно-ориентированного языка C++. В заключительной части приводятся приложения, поясняющие положения тензорной математики.

Работа содержит 100 страниц основного текста, 12 иллюстраций и список литературы из 21 наименования.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**«Методология вычислительного эксперимента в гидромеханике на базе современных компьютерных технологий»** (*Трёхмерная тензорная математика вычислительных экспериментов в гидромеханике*)

Часть 1. Исходные тезисы и суждения о построении вычислительного эксперимента

Во введении приводится краткое «Историческое обобщение основных понятий и математических моделей гидромеханики» от Рене Декарта и Исаака Ньютона, и до математических моделей механики сплошных сред в изложении Арнольда Зоммерфельда и современных работ по тензорному исчислению и анализу, используемых в современной физике для реализации различных прикладных масштабных, аналоговых и вычислительных экспериментов при решения актуальных инженерных задач.

В представлении «Мира компьютерных моделей механики сплошных сред» упоминаются фундаментальные достижения XX века в реализации прямых вычислительных экспериментов в гидромеханике, таких как метод частиц в ячейках Фрэнсиса Харлоу из национальной лаборатории в Лос-Аламосе (New-Mexico, USA), с последующим теоретическим развитием и совершенствованием прямого численного моделирования на основе метода крупных частиц Юрия Михайловича Давыдова и Олега Михайловича Белоцерковского, разработанного и успешно реализованного в Вычислительном центре Академии наук СССР, где в качестве основного инструментария обосновано разделение расчетных этапов по физическим процессам с линейной аппроксимацией пространственных физических полей.

Таким образом, «Исходные положения и концепция построения трёхмерной тензорной математики» изначально представились в каче-

стве тривиального тензорного упрощения формы записи громоздких разностных схем для численной аппроксимации систем дифференциальных уравнений гидромеханики в частных производных. Здесь же определилась основная суть и новизна настоящего исследования, так как тензорная форма записи исходных уравнений гидромеханики виделась в качестве строгого канонического определения законов движения, включающих в себя важные обобщения для формализации реологического состояния вязко-упругих свойств сплошной среды с помощью тех же минимально необходимых линейных операций – произведений в тензорной форме. Обнаружилось, что тензорная запись законов движения может быть получена по аналогии с трехмерными конечными разностями в исчислении флюксий Исаака Ньютона, и что ни в коей мере не противоречит классическим представлениям гидромеханики для экспериментальных записей свойств жидкости, например: по Людвигу Прандтлю с помощью прямоугольных тетраэдров или аффиноров в единой глобальной системе координат, однако, в отличие от тензорной математики, для малых смещений или деформаций.

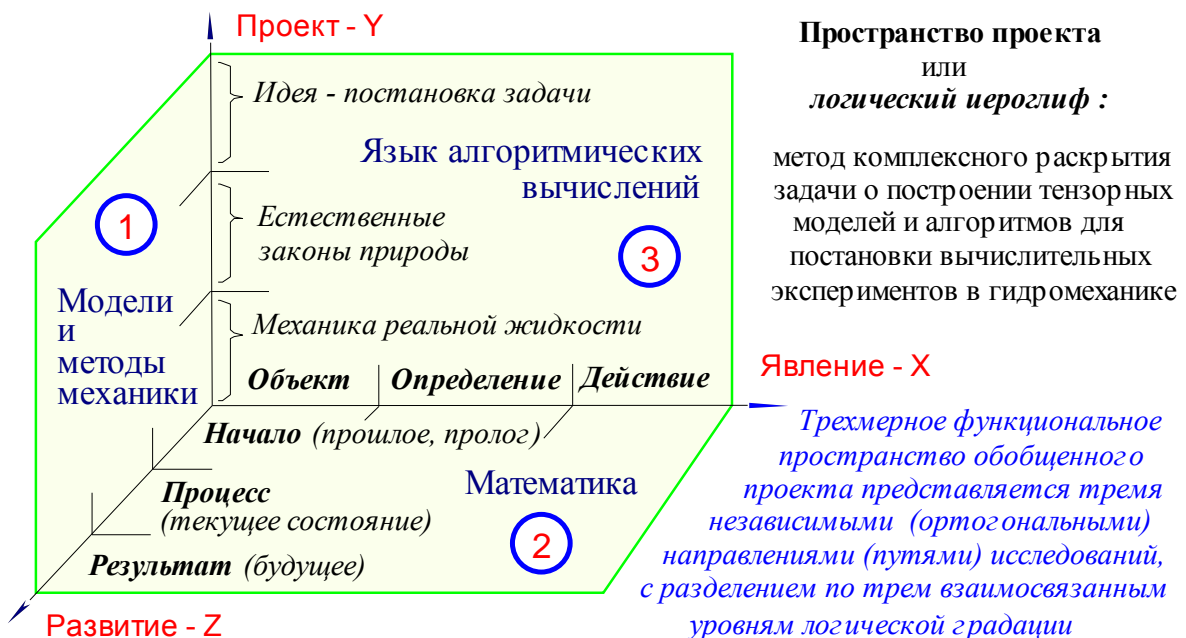


Рис. 1. Логическое пространство проектной задачи о построении вычислительного эксперимента в гидромеханике

«Проектирование и проверка вычислительного эксперимента в гидромеханике» проявилось в качестве встречных логических последовательностей на уровне языков программирования, и формально сводилось к тому же разделению этапов вычислительного эксперимента по физическим процессам. Возникающее противоречие развязывается применением декларативного программирования на континуальном этапе вычислений, и – задействованием функциональных контекстно-зависимых вычислений со свободными корпускулами для индивидуального выбора или гибридного перестроения математических моделей в зависимости от изменения текущего состояния расчетных ячеек-частиц жидкости.

Трехмерная тензорная математика приводит явным численным схемам с возможностью независимой обработки каждой расчетной ячейки-частицы на параллельно работающих ядрах современной вычислительной системы. Аналогичное требование к вычислительной модели возникает из необходимости «Графической визуализации и контроля моделируемых явлений и процессов» непосредственно в ходе вычислительного эксперимента, что может быть использовано в ручном или автоматическом режимах для управления приоритетами гибридного выбора математических моделей в подобластях с критическими или разрывными режимами течения.

В завершение вводного раздела формулируются основные предложения по методам «Формирования этапов прямого вычислительного эксперимента на основе явных численных схем» с наивысшей эффективностью параллельного задействования вычислительных ресурсов современных многопроцессорных комплексов, и показывается вариант проектных решений и практического построения вычислительного эксперимента, для которого возможно создание специализированного вычислительного инструментария на базе трехмерной тензорной математики.

Часть 2. Тензорная арифметика/геометрия/математика законов гидромеханики в реализации прямых вычислительных экспериментов

Во втором разделе рассматриваются математические модели векторных и тензорных числовых объектов, совместно с predetermined геометрическими операциями, задают строго ограниченный пакет алгоритмов и функций для построения и динамической трансформации пространственных физических полей, образуемых интерполяционными узлами сеточной области в глобальной системе координат, с опорой на которые формируются подвижные и деформируемые ячейки-частицы, связанные между собой локальными системами отсчета с возможностью прямых и косвенных аппроксимационных перерасчетов связанных параметров физических полей, в том числе с учетом живых сил и внутренних кинематических трансформаций смежных частиц жидкости – поляризованных корпускул.

В работе не повторяется поисковых обоснований для объектов и операций тензорной математики, которые в целом систематизированы в 2005 г. авторской монографии [5], что позволяет ограничиться «Кратким сводом исходных определений и обозначений», включающих:

$\overset{\wedge}{\mathbf{r}} = r_{ij} \text{ [м}^3\text{]} – \text{тензор формы крупной частицы жидкости;}$   
 $\mathbf{v} = \mathbf{v} \cdot \overset{\wedge}{\mathbf{r}} \text{ [с}^{-1}\text{]} – \text{тензор конвективных скоростей;}$   
 $\overset{\vee}{\rho} = \rho^{jk} \text{ [кг/м}^3\text{]} – \text{анизотропная динамическая плотность жидкости;}$   
 $\mathbf{m} = \overset{\vee}{\rho} \cdot \overset{\wedge}{\mathbf{r}} \text{ [кг]} – \text{объемная – инерционная масса виртуальной ячейки – частицы;}$

$\overset{\rightarrow}{f} \text{ [Н]} – \text{распределенные по объему массовые силы;}$

$\overset{\wedge}{f} \text{ [Н}\cdot\text{м}^2\text{]} – \text{тензор поверхностных напряжений на гранях;}$

«Координатные системы, числовые объекты и алгоритмические операции вычислительного эксперимента в гидромеханике» доопределяются для достижения естественного контроля физических размерно-



стей с автоматическим согласованием принадлежности числовых объектов к единому глобальному или конкретным локальным геометрическим базисам.

Вводятся ключевые математические обозначения для физических величин из прописных букв, отмечающих интегральный масштаб относительно единой глобальной системы координат; в то время как строчными буквами – обозначаются величины в масштабе конечных расстояний – корректно соотносящихся относительно собственных локальных базисов расчетных ячеек-частиц жидкости:

$\vec{A} = A_i [\text{M}]$  – определенный вектор в отсчетах и в проекциях единой абсолютной системы координат;

$\overleftarrow{a} = a^j [\text{M}^{-2}]$  – малый свободный вектор в проекциях и в сопоставимом масштабе собственного локального базиса виртуальной частицы жидкости.

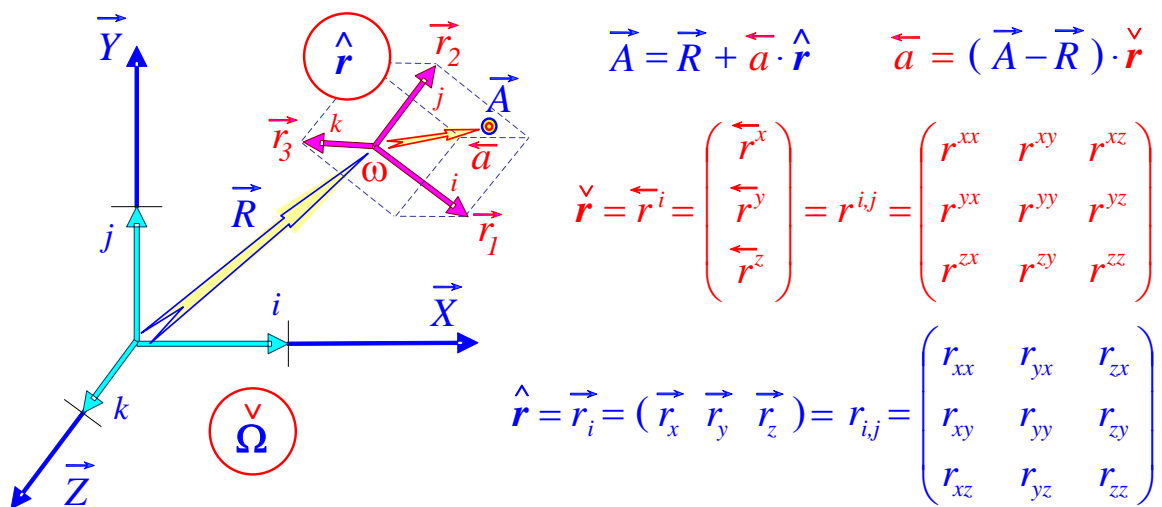


Рис. 2. Геометрия глобального сеточного пространства:  $\{\overset{\vee}{\Omega}\}$  и множества локальных базисов:  $\{\overset{\wedge}{\mathbf{r}}(\omega)\}$ ;  $i, j, k$  – единичные орты в связанной системе отсчета.

Разность физических величин для смежных ячеек в глобальном масштабе означать разностное дифференцирование – получение конеч-

норазностных числовых объектов, как например:  $\{ \overset{\wedge}{\mathbf{r}} = \overset{o}{\vec{R}} - \overset{o}{\vec{R}} \} [m^3]$  – алгоритмическое построение локального тензора формы по векторным разностям смежных пространственных узлов.

Доопределение или перерасчет физических величин в глобальном масштабе с помощью суммирования со смежными конечными разностями по физической сути уже представляется в качестве традиционного интегрирования, в котором тензорная математика вполне корректно расширяет применимость скалярных аналитических операций до уровня трехмерных разностных аппроксимаций в пространстве и времени, как пример:  $\{ \overset{\rightarrow}{A} = \overset{\rightarrow}{R} + \overset{\leftarrow}{a} \cdot \overset{\wedge}{\mathbf{r}} \} [m]$  и  $\overset{k}{T} = \overset{o}{T} + k \cdot t$ , соответственно.

«Геометрическое обобщение вычислительных объектов и операций в едином глобальном пространстве и локальных базисах сопряженных корпускул» – исследуется и определяется с целью создания континуально-корпускулярного инструментария вычислительной гидромеханики.

Все канонические операции тензорной математики изначально ориентируются на выполнение геометрических операций в линейном косоугольном Евклидовом пространстве, где они проецируются в единой глобальной системе координат или по отношению к окружающим смежным числовым объектам. Внутри каждой расчетной ячейки-частицы, так же как и в единой глобальной системе координат, устанавливаются собственные ортогональные и ортонормированные Декартовы базисы с единичными ортами, задаваемыми строго по ребрам между узлами пространственных ячеек, образующих связные локальные – собственные базисы для численного представления реологических свойств, законов механики реальных жидкостей с помощью линейных интерполяционных зависимостей в трехмерном пространстве, так же как и в скалярном времени.

Формальное описание движения и механика трансформации расчетных ячеек-частиц представляется с помощью линейных простран-

ственно-временных зависимостей в простейшей канонической форме, или – в тензорно-векторной арифметической записи с повсеместным сохранением прямых и обратных алгебраических преобразований, задаваемых алгоритмическими последовательностями в контекстной зависимости от состояния моделируемой жидкости.

Кинематическая часть полного уравнения движения может быть построена с помощью дифференциальных разностей второго порядка, свойственных традиционным динамическим уравнениям с дополнительным слагаемым для приращения скоростей, объединяющим внутренние течения и деформации базиса:

$${}^+ \vec{A} = \vec{R} + \vec{V} \cdot t + \overset{\leftarrow}{a} \cdot \overset{\wedge}{\mathbf{r}} + \overset{\wedge}{\mathbf{v}} \cdot t + \overset{\leftarrow}{\omega} \cdot \overset{\wedge}{\mathbf{r}} + \overset{\wedge}{\mathbf{v}} \cdot t \cdot t, \quad [\text{м}] \quad (1)$$

где:  $t$  – расчетный интервал времени;  $\overset{\leftarrow}{a}$  – координаты точки в сплошной среде внутри локального базиса;  $\overset{\leftarrow}{\omega}$  – скорость смещения точки внутри частицы жидкости;  ${}^+ \vec{A}$  – новое положение контрольной точки в абсолютной системе координат;  $\vec{R}$  – местоположение локального базиса в абсолютной системе координат;  $\vec{V}$  – скорость поступательного смещения локального базиса;  $\overset{\wedge}{\mathbf{v}}$  – тензор вращения и деформации базисных осей тензора формы  $\overset{\wedge}{\mathbf{r}}$ .

Таким образом, в тензорных выражениях задается «Пространственное представление кинематики сплошной среды», с привязкой к геометрическому базису совместно физическими размерностями и реологическими характеристиками сплошной среды, необходимыми для алгоритмического согласования и преобразования вычислительных объектов непосредственно в процессе численного моделирования.

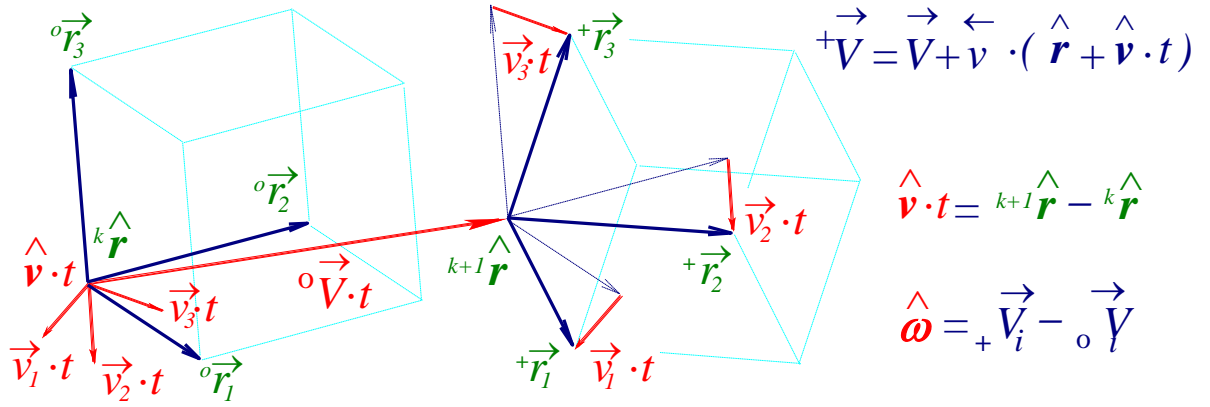


Рис. 3. Тензор изменения скоростей базисных векторов:  $\hat{\omega}$  [м<sup>3</sup>/с] – образуется деформационными движениями ребер координатного симплекса расчетной ячейки в пространстве, на фоне их смещения в пространстве:  $\hat{\mathbf{v}} \cdot t$  [м<sup>3</sup>] – за интервал времени:  $t$  [с].

Тензор мгновенных скоростей:  $\hat{\omega}$  [м<sup>3</sup>/с] – собирается прямыми геометрическими построениями (Рис. 3) и содержит компоненты вращения и скорости взаимной деформации базисных ортов относительно смежных расчетных узлов в потоке жидкости:

$$\hat{\omega} = \vec{\omega}^i = \Delta \vec{V}_i = {}^{+}\vec{V}_i - {}^o\vec{V}_i. \quad [\text{м}^3/\text{с}] \quad (2)$$

В момент запуска вычислительного эксперимента тензор внутренних течений может полагаться нулевым, что будет означать постановку моделирования в режиме установления нестационарного потока до согласования условий существования сплошной среды.

Локальная кинематика жидкости в окрестности сеточной ячейки также строится алгоритмически:

$$\hat{\mathbf{v}} \cdot t = v_i \cdot t = \Delta \vec{r}_i = {}^t\vec{r}_i - {}^o\vec{r}_i, \quad [\text{м}^3] \quad (3)$$

где:  $\hat{\mathbf{v}}$  [м<sup>3</sup>/с] – тензор локальных скоростей задает смещение базисных ортов (ребер) частицы жидкости в локальном масштабе (*строчные буквы*) с учетом трансформации потока во времени:  $t$  [с], измеренные в проекции глобальной системы координат (*все индексы внизу*). Преобразова-

нием системы отсчета (*геометрическая нормализация*):  $\overset{<}{\mathbf{v}} = \overset{\wedge}{\mathbf{v}} \cdot \overset{\vee}{\mathbf{r}}$  [с<sup>-1</sup>] – получается тензор конвективных скоростей, аналогичный историческому аффинору с возможностью интерпретации по теоремам Коши-Гельмгольца для аддитивного разложения по малым приращениям во времени: расширение (*дивергенция*); поворот (*ротор*) и деформация (*сдвиг*).

Тензоры скоростей:  $\overset{\wedge}{\boldsymbol{\omega}}$  и  $\overset{\wedge}{\mathbf{v}}$  [м<sup>3</sup>/с] – могут быть нулевыми или вырожденными, а их обращение – некорректно.

Часть 3. Тензорная математика в алгоритмической записи основных законов гидромеханики

В третьей основной части работы сводятся воедино алгоритмическая (Часть 1) и математическая (Часть 2) постановка задачи проектирования и построения прямого вычислительного эксперимента в нестационарной механике реальных жидкостей.

1) континуально-корпускулярная вычислительная модель метода «Крупных частиц» в тензорной записи сводится к двойной линейной разностной интерполяции физических полей;

2) движение и взаимодействие крупных частиц жидкости строится в операциях произведения, что соответствует физике пространственных процессов;

3) использование явных численных схем служит повышению эффективности, с возможностью контроля корректности с задействованием гибридных схем для достижения адекватных инженерных результатов численного моделирования.

Применение тензорной математики сводится к формированию двух последовательных этапов интегрирования по законам движения с использованием линейных аппроксимаций, что соответствует применению дифференциальных уравнений второго порядка для корпускул-

континуумов, подчиняющихся векторному аналогу закона Ньютона для несвободного движения твердого тела в близком окружении смежных ячеек сплошной среды:

$$F_j = M_{ji} \cdot W^i \quad \text{или} \quad \vec{F} = \hat{\mathbf{M}} \cdot \overleftarrow{\mathbf{W}} \quad [\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2], \quad (4)$$

где вектор внешней силы:  $\vec{F}$  [Н, кг·м/с<sup>2</sup>] – компенсируется тензором инерции полномасштабного твердого тела:  $\hat{\mathbf{M}}$  [кг·м<sup>3</sup>] – в виде численной модели внутреннего состояния поляризованной корпскулы – крупной частицы жидкости, участвующей в произведении с собственным вектором ускорения  $\overleftarrow{\mathbf{W}}$  [м<sup>-2</sup>·с<sup>-2</sup>], проявляющимся в дуальной (связной) с подвижной средой локальной системе координат. Прописная буква означает глобальный масштаб:  $\overset{>}{\mathbf{M}} = \sum \overset{>}{\mathbf{m}}$  [кг] – суммарная масса.

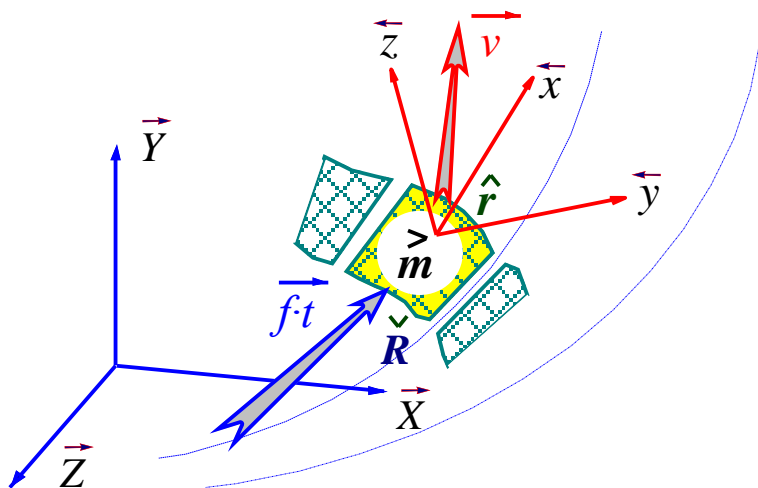


Рис. 4. Разделение этапов моделирования по физическим процессам вовлекает тензорную массу:  $\overset{>}{\mathbf{m}}$  [кг] – в процессы вычислений в качестве геометрического оператора, корректирующего движение частиц жидкости по реакциям живых сил и инерции, последовательно аккумулируемых в виртуальных ячейках-частицах на сопряженных по времени этапах вычислительного эксперимента.

Приведение уравнений движения (4) к единой системе связывает живые силы (внутреннюю энергию) с внешними проявлениями сил и

инерции (Рис. 4) с помощью смешанного тензора:  $\vec{m} = \vec{\rho} \cdot \vec{r} = m^i_j$  [кг], масштабированного для исключения тензора формы:  $\hat{r}$  [м<sup>3</sup>], с помощью тензора плотности:  $\check{\rho}$  [кг/м<sup>3</sup>] – в проекциях локального базиса:

$$\vec{F} = \vec{W} \cdot \check{\rho}^{jk} \cdot r_{ij} = \vec{W} \cdot \check{\rho} \cdot \hat{r} = \vec{W} \cdot \vec{M}, \quad [\text{H}], \quad (5)$$

где:  $\vec{M}$  [кг] – условная тензорная массой, аккумулирующая предысторию девиации по отношению к традиционному одномерному закону движения точки (с бесконечно большой плотностью).

Искомый тензор массы:  $\vec{m}$  [кг] – проявляется линейным оператором для инерционных реакций поляризованных корпускул (5) под векторным воздействием *массовых* сил:  $\vec{F}$  [Н], и под влиянием анизотропного тензора поверхностных напряжений:  $\hat{f}$  [Н·м<sup>2</sup>].

Вычислительный инструментарий тензорной математики в полной мере ориентируется на комплексное отображение «Реологического состояния, внутренних живых сил и проявления инерции при внешних воздействиях» на виртуальные числовые объекты – поляризованные корпускулы сплошной среды.

Искомый тензор массы:  $\vec{m}$  [кг] – проявляет себя в качестве линейного оператора для моделирования инерционных реакций поляризованных корпускул (5), находящихся под векторным воздействием всепроникающих объемных (*массовых*) сил:  $\vec{F}$  [Н], и под влиянием окружающей сплошной среды на гранях сеточной ячейки в виде анизотропного тензора поверхностных напряжений:  $\hat{f}$  [Н·м<sup>2</sup>], которые образуют нестационарное континуально-корпускулярное силовое взаимодействие при совокупной взаимокомпенсации внешних проявлений внутренней энергии (*живых сил*) инерционного тензора массы:  $\vec{m}$  [кг].

«Вычислительные модели законов движения и внутренней механики числовой ячейки-корпускулы» в тензорной математике включают

различные тепловые, химические или электромагнитные трансформации реологических параметров состояния сплошной среды, формализуемые линейными аппроксимационными связями в пространстве и времени, что ни коей мере не ограничивает применение произвольных функциональных, асимптотических или эмпирических моделей физической теории поля, для которых обеспечивается инструментальная поддержка в каноническом представлении универсальных координатных отсчетов или собственных локальных базисов внутри подвижных корпускул сплошной среды, свободных от необходимости перерасчета сложных межкоординатных и конвективных взаимозависимостей. Без потери общности в настоящей работе рассматриваются массовые силы и поверхностные напряжения, с их инерционным откликом на ускорения, конвективные скорости и упругие смещения в локальных базисах виртуальных корпускул.

Вектор внешней массовой силы:  $\vec{f}$  [Н] – равномерно распределяется по объему элементарной частицы жидкости, и составляет дифференциал в векторной трактовке закона Ньютона, и используется в качестве приращения скорости за расчетный интервал времени:  $t$  [с]:

$${}^+ \vec{V} = {}^o \vec{V} + \overset{<}{m} \cdot \vec{f} \cdot t; \quad [\text{м/с}] \quad (6)$$

$${}^+ \vec{A} = \vec{R} + \vec{V} \cdot t + \overset{<}{m} \cdot \vec{f} \cdot t^2 / 2 + (\overset{\wedge}{r} + \overset{\wedge}{v} \cdot t + \overset{<}{m} \cdot \overset{\wedge}{f} \cdot t^2 / 2) \cdot \overset{\leftarrow}{a}, \quad [\text{м}] \quad (7)$$

где:  $\vec{V}$  [м/с] – скорость свободного движения частицы жидкости;  
 ${}^+ \vec{A}$  [м] – местоположение точки в новый расчетный шаг во времени;  
 $\vec{R}$  [м] – исходное местоположение центра отсчета для числовой ячейки;  
 $\vec{f}$  [Н] – внешняя объемная сила;  $\overset{\wedge}{f}$  [Н·м<sup>2</sup>; кг·м<sup>3</sup>/с<sup>2</sup>] – тензор поверхностных напряжений, предопределенный из граничных условий. В случае использования специальных пространственно разнесенных сеточных



шаблонов, интерполяционные поправки на локальное местоположение центра масс:  $\overleftarrow{a}$  [м<sup>-2</sup>] – могут стать пренебрежимо малыми.

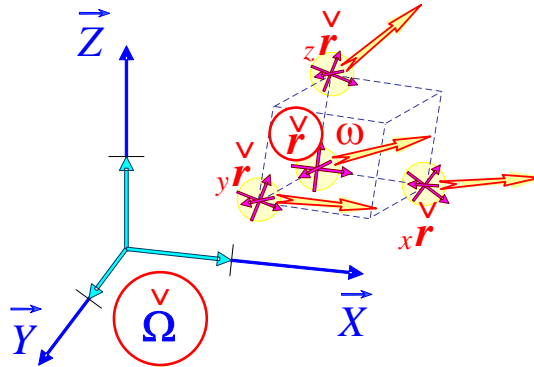


Рис. 5. На корпускулярном этапе вычислительного эксперимента выполняется оценка текущего реологического состояния сплошной среды в исходных узлах расчетной сетки

Для собственного тензора плотности-инерции:  $\overset{\vee}{\rho}$  [кг/м<sup>3</sup>] – такое поверхностное напряжение поддерживается интенсивностью локальных скоростей в ближайшей окрестности пространственной ячейки-частицы в единицу времени:

$$\overset{<}{\mathbf{f}} = \overset{\wedge}{\mathbf{v}} \cdot \overset{\vee}{\rho} / t, \quad [\text{Н/м}] \text{ или } [\text{кг/с}^2] \quad (8)$$

где тензор локальных скоростей:  $\overset{\wedge}{\mathbf{v}} = +\overset{\rightarrow}{V}_i - o \overset{\rightarrow}{V}_i$  – вовлекает в механику движения конкретной корпускулы (Рис. 5) компоненты для учета сжатия, вращения и сдвиговой деформации.

Реологические параметры сплошной среды также должны устанавливать возникновение поверхностных напряжений на гранях ячейки-частицы в зависимости от скорости и величины внутренней деформации, что определяется фундаментальными зависимостями Исаака Ньютона для вязкости и Роберта Гука для упругости сплошной среды, соответственно.

С соблюдением общепринятых физических определений и размерностей для локальных скоростей (*флюксий*) по Ньютону  $\overset{\wedge}{\mathbf{v}} \overset{\vee}{H}$  [м<sup>3</sup>/с],

получается частное решение для напряжений на поверхности подвижной корпункулы:

$$\overset{<}{\mathbf{f}}_H = \overset{\wedge}{\mathbf{v}}_H \overset{\vee}{\boldsymbol{\eta}} / \lambda, \quad [\text{Н/м}] \quad (9)$$

где:  $\overset{\vee}{\boldsymbol{\eta}}$  [Н·с/м<sup>3</sup>] или [кг/с/м<sup>2</sup>] – распределенная по объему динамическая вязкость определяет напряжение от внутреннего трения с учетом отстояния точек приложения сил:  $\lambda$  [м]. Коэффициент кинематической вязкости обретает размерность скорости:  $\overset{>}{\boldsymbol{\tau}} = \overset{\vee}{\boldsymbol{\eta}} \overset{\wedge}{\boldsymbol{\rho}}$  [м/с], что в соотношении с масштабным отсчетом:  $\overset{>}{\boldsymbol{\tau}} / \lambda$  [с<sup>-1</sup>] – теряет формальную геометрическую привязку.

Для фиксации упругих напряжений тензор локальных скоростей обратим в соответствующий тензор смещений в произведении с расчетным шагом во времени:  $\overset{\wedge}{\mathbf{v}}_{\Gamma} \cdot t$  [м<sup>3</sup>], тогда для внутренних динамических смещений по закону Гука;

$$\overset{<}{\mathbf{f}}_{\Gamma} = \overset{\wedge}{\mathbf{v}}_{\Gamma} \overset{\vee}{\boldsymbol{\kappa}} \cdot t / \lambda, \quad [\text{Н/м}] \quad (10)$$

где:  $\overset{\vee}{\boldsymbol{\kappa}}$  [Н/м<sup>3</sup>] – динамический тензор коэффициентов упругости (*жесткости*) для объемной и сдвиговой деформации расчетной ячейки-частицы сплошной среды также включает масштабирующий геометрический размер:  $\lambda$  [м]. Кинематические оценки или тензорный модуль упругости:  $\overset{>}{\boldsymbol{\mu}} = \overset{\vee}{\boldsymbol{\kappa}} \overset{\wedge}{\boldsymbol{\rho}}$  [м] – также не содержит размерности времени, и в соотношении с масштабным отсчетом:  $\overset{>}{\boldsymbol{\mu}} / \lambda$  – становится безразмерной характеристикой объемного сжатия и сдвиговой упругости.

Под действием упругих напряжений ячейка-частица частично всегда деформируется также и по нормали к действию вектора внешних сил, что оценивается скалярным коэффициентом Пуассона:  $\mu$  – определяющим соответствующее изменение линейных размеров конкретного

упругого материала при односторонней концентрации деформирующих напряжений.

«Построение вычислительной модели для явных численных схем гидромеханики» в первую очередь обусловлено применением разделения этапов вычислений по физическим процессам с дифференцирующими разностями первого порядка в пространстве и времени: континуального (на неподвижной сетке Эйлера), и затем – корпускулярного (со свободными частицами Лагранжа), в совокупности создающих дифференцирование второго порядка во времени:  $t$  [с] – единого скалярного аргумента.

Механика ячейки-частицы включает в себя традиционную систему дифференциальных уравнений Эйлера для внешних массовых сил:  $\vec{F}$  [Н] и поверхностных напряжений:  $\hat{f}$  [Н·м<sup>2</sup>] – в явной форме относительно инерционных ускорений (8), конвективных скоростей (9) и локальных смещений (10) в собственных локальных базисах расчетных ячеек-частиц жидкости.

Сопряженный корпускулярный этап вычислений получает обновленное кинематическое поле тривекторов локальных скоростей:  $\hat{v}$  [м<sup>3</sup>/с] – с уточнением деформационных смещений относительно подвижных корпускул:  $\hat{\varepsilon}$  [м<sup>3</sup>] – для обратного интерполирования – вторичного разностного интегрирования (Рис. 5) с фиксацией напряжений:  $\sigma$  [кг·м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>] – в ближайших окрестностях виртуальных числовых объектов:

$$\sigma < = (\hat{\varepsilon} \cdot \overset{\vee}{\kappa} + \hat{v} \cdot \overset{\vee}{\eta}) \times \lambda, \quad [\text{Н} \cdot \text{м}] \quad (11)$$

где:  $\overset{\vee}{\kappa}$  [Н/м<sup>3</sup>] – тензорный модуль упругой деформации;  $\overset{\vee}{\eta}$  [Н·с/м<sup>3</sup>] – тензор коэффициентов вязкости;  $\lambda$  [м] – масштабный коэффициент, характеризующий дистанцию между взаимодействующими виртуальными энергетическими объектами – крупными частицами жидкости.

При сшивке континуально-корпускулярных этапов, в качестве оптимального может стать метод итерационного согласования кинематических и реологических характеристик физического поля в явных численных схемах, сводимых к режиму последовательного установления нестационарных вычислительных процессов, проистекающих по математическим моделям для *вязких, упругих и сжимаемых жидкостей*.

В различных прикладных вычислительных экспериментах во внутренние потоки подвижных частиц жидкости вовлекаются, к примеру, скалярное распределение температур, растекающееся между свободными частицами по отрицательным градиентам; или связанное скоростью звука изменение плотности упругого газа в функции от дивергенции скорости и величины давления, в том числе с уточнениями по закону Бернулли и с учетом внутренней тепловой энергии, что синтезирует расширенное решение прикладной задачи аэрогидромеханики.

«Механика континуально-корпускулярных взаимодействий» в полной мере определяются законами движения пространственных объектов в функции от времени:  $t$  [с] – выступающего в качества абсолютного скалярного параметра для всех процессов механики сплошных сред: кинематики пространственных перемещений и всех видов трансформации энергии.

Базовым вариантом моделирования в гидромеханике можно определить последовательность расчетных этапов, когда на континуальном этапе ведется расчет скоростей:  $\vec{v}$  [м/с] – и смещений частиц под действием внешних сил:  $\vec{f}$  [кг·м/с<sup>2</sup>] – векторной природы, то корпускулярный этап сводится к оценкам вновь возникающих деформационный составляющих течения в форме тривектора локальных скоростей:  $\hat{v}$  [м<sup>3</sup>/с] – в ближайших окрестностях элементарных частицы жидкости под воздействием тензора поверхностных напряжений:  $\hat{f}$  [кг·м<sup>3</sup>/с<sup>2</sup>] и тензора массы:  $\overset{\triangleright}{m} = \overset{\wedge}{r} \cdot \overset{\vee}{\rho}$  [кг].

Инвариантные характеристики тензорных числовых объектов связывают воедино физическую модель реологического состояния сплошной среды, определяя свойства сжимаемости с проявлениями вязкостных и упругих деформаций, обобщаемых тензором массы:  $\overset{>}{m}$  [кг] – виртуальных корпускул жидкости:

Виртуальная тензорная масса:  $\overset{>}{m}$  [кг] – может строиться специальными алгоритмическими процедурами или функциональными методами моделирования физических явлений и процессов. В частности, в прямых построениях или итерационных согласованиях будут справедливыми векторные аналоги уравнений движения, которые необходимы для аддитивных оценок физических величин в узлах расчетной сетки или в центрах масс подвижных корпускул, где члены произведения также строятся динамически в зависимости от состояния окружающих ячеек-частиц:  $\Omega$ :

$$\vec{v} = \Omega \sum (\overset{<}{m} \cdot \vec{f}) \cdot t. \quad [\text{м/с}] \quad (12)$$

«Алгоритмы численного моделирования в континуально-корпускулярных построениях тензорной математики» строятся на многомерных числовых массивах, аппроксимирующих неразрывные физические поля  $\{\vec{R}\}$  [м] – поля координат узловых точек, в которых задается векторное поле скорости  $\{\vec{V}\}$  [м/с], и синтезируется тензорное поле состояния крупных частиц жидкости  $\{\overset{>}{m}\}$  [кг], сносимое на центры расчетных ячеек, и др. В исходной сеточной области строятся числовые объекты и операции в абсолютной системе координат:  $\hat{r}$  [м<sup>3</sup>] – тензор формы;  $\hat{v}$  [м<sup>3</sup>/с] – тензор локальных скоростей;  $\hat{f}$  [Н·м<sup>2</sup>] – тензор напряжений на границах сеточной ячейки-частицы.

Вычислительный эксперимент как последовательность исполнения алгоритмических моделей трансформации физических полей, в слу-

чае исходного требования сохранения местоположения узловых точек  $^+\{\vec{R}\}_{[M]}$  – может быть разделен на три этапа:

**1 этап. Кинематика.** Перестраивается обновленное поле узловых точек:

$$^+\{\vec{R}\} = \{ {}^o\vec{R} + \vec{V} \cdot t + \overset{<}{m} \cdot \vec{f} \cdot t^2 / 2 \}. \quad [M] \quad (13)$$

Поле конвективных скоростей образуется алгоритмическим построением тензора:

$$\{ \overset{\wedge}{v} \} = \{ {}^+ \overset{\vee}{V}_i - {}^o \overset{\vee}{V}_i \}. \quad [M^3/c] \quad (14)$$

Формируется расчетное поле внутренних свойств следующего шага во времени:

$$\begin{aligned} \{ {}^+ \overset{>}{m} \} &= \{ {}^+ \overset{\vee}{\rho} \cdot \overset{\wedge}{r} \} = \{ \overset{\vee}{\rho} \cdot (\overset{\wedge}{r} + \overset{\wedge}{v} \cdot t) \}, & [кг] \\ \{ {}^+ \overset{\vee}{\rho} \} &= \{ \overset{\vee}{\rho} \cdot (1 + \overset{\vee}{v} \cdot t) \}. & [кг/м^3] \end{aligned} \quad (15)$$

Закон сохранения количества движения на разнесенном по этапам вычислений интервале времени согласуется с уравнением движения (5) в окружении смежных частиц жидкости:

$$\begin{aligned} {}^+ \overset{>}{m} \cdot \overset{\rightarrow}{v} &= \overset{>}{m} \cdot (\overset{\rightarrow}{v} + \overset{\Delta}{\rightarrow}{v}); & [кг \cdot м/с] \\ \overset{\Delta}{\rightarrow}{v} &= ({}^+ \overset{>}{m} - \overset{>}{m}) \cdot \overset{<}{m} \cdot \overset{\rightarrow}{v} = \overset{<}{v} \cdot \overset{\rightarrow}{v} \cdot t, & [м/с] \end{aligned} \quad (16)$$

в векторной записи закона движения Ньютона в разностной форме для системы уравнений Эйлера, справедливых для крупной частицы жидкости на неподвижных узлах расчетной области:

$$\overset{\rightarrow}{f} = (\overset{<}{v} \cdot \overset{\rightarrow}{v}) \cdot \overset{>}{m} = (\overset{<}{v} \cdot \overset{\rightarrow}{v}) \cdot \overset{\vee}{\rho} \cdot \overset{\wedge}{r}. \quad [Н] \quad (17)$$

Выражение с двойным произведением по разному интерпретируется на континуальном и корпускулярных этапах вычислений. Вычисли-

тельная модель согласует реологию свойств жидкости с оценками напряженного состояния (17) внутри элементарных ячеек-частиц:

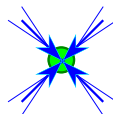
$$\{\hat{\mathbf{f}}\} = \{ {}^+ \hat{f}_i - {}^o \hat{f}_i \}; \quad (18)$$

где:  $\hat{\mathbf{f}} = \langle \hat{\mathbf{v}} \cdot \hat{\boldsymbol{\omega}} \rangle \cdot \hat{\boldsymbol{\rho}} \cdot \hat{\mathbf{r}} = \langle \hat{\mathbf{v}} \cdot \hat{\boldsymbol{\omega}} \rangle \cdot \hat{\mathbf{m}} . \quad [\text{H} \cdot \text{m}^2]$

Новое выражение включает в себя расширенное представление вязко-упругих напряжений, аналогичных взаимным скоростям деформаций в уравнениях Навье-Стокса. Напряженное состояние жидкости задается в законах движения (8)–(10), связанных тензором конвективных скоростей:  $\hat{\mathbf{v}} \text{ [c}^{-1}\text{]}$  – при согласовании вычислительной и физической моделей жидкости.

**2 этап. Динамика.** Здесь производится сопоставление реологии жидкости с текущим состоянием вычислительной модели. Внутреннее поле скорости:  $\hat{\boldsymbol{\omega}} \text{ [m}^3\text{/c]}$  может сверяться с традиционным аддитивным построением модели течения:  ${}^+ \hat{\mathbf{r}} = {}^o \hat{\mathbf{r}} + \hat{\mathbf{v}} \cdot \hat{\mathbf{t}} \text{ [m}^3\text{]}$  – в абсолютном времени:  $t \text{ [c]}$ , что в глобальной системе координат задается разложением Коши-Гельмгольца для выявления пространственных смещений: расширение (*дивергенция*); закрутка (*ротор*) и деформация (*сдвиг*).

Выделением диагонального тензора:  $\hat{\mathbf{v}}_o \text{ [m}^3\text{/c]}$  – с нулевым девиаторным остатком:  $\text{tr } \hat{\mathbf{v}}^* \text{ ,}$  получается тензор шарового сжатия:



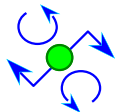
$$\hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{v}}_o + \hat{\mathbf{v}}^* \quad (\text{tr } \hat{\mathbf{v}}^* = 0) \quad [\text{m}^3\text{/c}; \quad (19)$$

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \hat{\mathbf{v}}_o \cdot \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \hat{\mathbf{t}} \quad [\text{кг/с}^2],$$

где: детерминант тензора:  $\hat{\boldsymbol{\sigma}} \text{ [кг/с}^2 = \text{H/м]}$  – давление;  $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \text{ [H/м}^2\text{]}$  – коэффициент объемного сжатия – модуль продольной упругости.

Кососимметричная суперпозиция с компонентами девиаторного тензора:  $\hat{\mathbf{v}}^* \text{ –}$  выделяет начальный импульс к вращению частиц жидко-

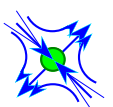
сти, с возникновением напряжения:  $\overset{<}{\mathbf{f}}_H$  – в Ньютонском определении механики вязкой жидкости (9):



$$\overset{<}{\mathbf{f}}_H = \overset{\wedge}{\mathbf{v}}_H \cdot \overset{\vee}{\boldsymbol{\eta}} / \lambda = (\overset{\wedge}{\mathbf{v}}^* - \overset{\wedge}{\mathbf{v}}^{*T}) \cdot \overset{\vee}{\boldsymbol{\eta}} / (2\lambda). \quad [\text{кг/с}^2] \quad (20)$$

с матрицей коэффициентов вязкости:  $\overset{\vee}{\boldsymbol{\eta}}$  [Н·с/м<sup>3</sup>] – в произведении с тензором скоростей локальных деформаций:  $\overset{\wedge}{\mathbf{v}}_H$  [м<sup>3</sup>/с].

Симметризация девиаторного тензора:  $\overset{\wedge}{\mathbf{v}}^*$  – выявляет сдвиговые напряжения:  $\overset{<}{\mathbf{f}}_G$  [Н/м<sup>2</sup>] – внутри крупной частицы по закону Гука: (10):



$$\overset{<}{\mathbf{f}}_G = \overset{\wedge}{\mathbf{v}}_G \cdot \overset{\vee}{\boldsymbol{\kappa}} \cdot \mathbf{t} / \lambda = (\overset{\wedge}{\mathbf{v}}^* + \overset{\wedge}{\mathbf{v}}^{*T}) \cdot \overset{\vee}{\boldsymbol{\kappa}} \cdot \mathbf{t} / (2\lambda), \quad [\text{кг/с}^2] \quad (21)$$

с модулем упругости:  $\overset{\vee}{\boldsymbol{\kappa}}$  [Н/м<sup>3</sup>] и симметричным тензором относительных локальных смещений в окрестности крупной частицы жидкости:  $\overset{\wedge}{\mathbf{v}}_G \cdot \mathbf{t}$ .

Реологические характеристики состояния жидкости:  $\overset{\vee}{\boldsymbol{\varepsilon}}$  [Н/м<sup>2</sup>],  $\overset{\vee}{\boldsymbol{\kappa}}$  [Н/м<sup>3</sup>] и  $\overset{\vee}{\boldsymbol{\eta}}$  [Н·с/м<sup>3</sup>] – могут также задаваться скалярными коэффициентами, аналогами шаровых тензоров в традиционных канонических зависимостях между напряжениями, локальными деформациями и вязкостными движениями сплошной среды. В тензорном обобщении неявно представляется анизотропия практического связывания перекрестных компонент для взаимовлияния внутренних напряжений в реологических характеристиках жидкости, представляемых традиционных в скалярных описаниях с помощью безразмерных коэффициентов Пуассона:  $\mu$ .

Полный тензор внутренних напряжений связывает геометрические смещения и скорости деформаций с поверхностными напряжениями:

$$\overset{<}{\boldsymbol{\varphi}} = \overset{<}{\boldsymbol{\sigma}} + \overset{<}{\mathbf{f}}_G + \overset{<}{\mathbf{f}}_H = (\overset{\wedge}{\mathbf{v}}_0 \cdot \overset{\vee}{\boldsymbol{\varepsilon}} + \overset{\wedge}{\mathbf{v}}_G \cdot \overset{\vee}{\boldsymbol{\kappa}} / \lambda) \cdot \mathbf{t} + \overset{\wedge}{\mathbf{v}}_H \cdot \overset{\vee}{\boldsymbol{\eta}} / \lambda \quad [\text{Н/м}^2]. \quad (22)$$

Под действием тензора напряжений:  $\overset{<}{\boldsymbol{\varphi}}$ , частица получает приращение скорости внутреннего (замкнутого) движения:



$$\Delta_{\mathbf{v}}^{\leftarrow} = \overset{\leftarrow}{\mathbf{f}} \cdot t / \rho \quad [\text{с}^{-1}] \quad (23)$$

Если течение установившееся, то за расчетный интервал времени тензор приращения скоростей:  $\Delta_{\mathbf{v}}^{\leftarrow}$  – должен компенсировать сам тензор конвективных скоростей:

$$\overset{\wedge}{\mathbf{v}} \cdot \overset{\vee}{\mathbf{r}} + \Delta_{\mathbf{v}}^{\leftarrow} = 0, \quad (24)$$

а полученное условие неразрывности может считаться точным, поскольку здесь еще не вовлекалось смещение крупных частиц за время  $t$ .

**3 этап. Статика.** Выполняется интерполяционное перестроение расчетных полей для уточнения возможных смещений центров и поворотов крупных частиц – корпускул за расчетное время  $t$ .

$$\Delta_{\mathbf{v}}^{\leftarrow} = \Delta_{\mathbf{v}}^{\leftarrow} \cdot \overset{\wedge}{\mathbf{r}}. \quad [\text{с}] \quad (25)$$

Синтетический тензор:  $\Delta_{\mathbf{v}}^{\leftarrow}$  [с] – не связан с локальной геометрией базиса:  $\overset{\wedge}{\mathbf{r}}$  [м<sup>3</sup>] и дуален полю конвективных скоростей. Переход к исходной сетке возможен при построении новых локальных базисов на неподвижных узлах с использованием смещенных во времени пространственных точек:

$$\overset{+}{\mathbf{r}} = \overset{+}{\mathbf{R}}_i - \overset{o}{\mathbf{R}}_i. \quad [\text{м}^3] \quad (26)$$

Раскрывая выражение (14), использованное при построении тензора локальных скоростей:  $\overset{\wedge}{\mathbf{v}} = \overset{+}{\mathbf{V}} - \overset{o}{\mathbf{V}}$  [м<sup>3</sup>/с], по скоростям, связанным с новыми базисными векторами:  $\overset{\rightarrow}{\mathbf{r}}$  [м], получим алгоритм вычисления нового поля скорости:

$$\overset{+}{\mathbf{V}} = \overset{\rightarrow}{\mathbf{V}} + \sum_i \overset{\wedge}{\mathbf{r}} \cdot \Delta_{\mathbf{v}}^{\leftarrow} v_i, \quad (27)$$

который суммирует приращения скорости от окружающих крупных частиц.

Выражения (22) – (26) раскрывают основные алгоритмические построения, позволяющие применять обратный закон Ньютона:

$$\vec{W} = \vec{F} / m .$$

В целом формулируются основные математические зависимости и алгоритмические построения тензорных числовых объектов и операций, что требуется для построения континуально-корпускулярных этапов вычислительного эксперимента:

1 – на исходной эйлеровой сетке производятся расчеты распределенных характеристик течения с перестроением векторных полей на центры масс смещаемых частиц жидкости;

2 – выявляются деформации и внутренние течения (живые силы) в форме тензорных числовых объектов, учитывающих механику взаимозависимости смежных корпускул жидкости;

3 – интерполяционные согласования критериев существования и сохранения массы и энергии моделируемых состояний сплошной среды и потоков жидкости, перестроение внешних воздействий и граничных условий.

Часть 4. Координатные системы, числовые объекты и алгоритмы вычислительного эксперимента в гидромеханике

Приводится краткое описание базовой концепции построения прямого вычислительного эксперимента с ориентацией на эффективное задействование современных вычислительных систем, позволяющих распараллеливать транзакции стандартных реентерабельных процедур, управляемых в контекстно-зависимой логике для удовлетворения критериев текущего состояния моделируемой жидкости.

В разделе: «Вычислительная среда пространственных сеточных ячеек – виртуальных корпускул» – кратко обобщаются законы движения гидромеханики в тензорном представлении, что приводит к анализу рео-

логических свойств жидкости: сжимаемость, вязкость и упругость, обуславливающих признаки критических режимов течения с образованием струй, вихревых слоев и кавитационных разрывов. Каждая частица жидкости получает приращение скорости внутреннего (замкнутого) движения с помощью трех динамических состояний:

$$\overset{<}{\mathbf{f}} = \overset{\wedge}{\mathbf{v}}_0 \cdot \overset{\vee}{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot t + \overset{\wedge}{\mathbf{v}}_H \cdot \overset{\vee}{\boldsymbol{\mu}} / \lambda + \overset{\wedge}{\mathbf{v}}_Г \cdot \overset{\vee}{\boldsymbol{\kappa}} \cdot t / \lambda = \overset{<}{\mathbf{f}}_0 + \overset{<}{\mathbf{f}}_H + \overset{<}{\mathbf{f}}_Г, [\text{Н/м}] \quad (28)$$

где тензоры:  $\overset{<}{\mathbf{f}}_0$  – давление;  $\overset{<}{\boldsymbol{\varepsilon}}$  – коэффициенты сжатия.

Получающийся характеристический полином может использоваться в оценках состояния жидкости, где реологические параметры проявляются в виде главных инвариантов тензора конвективных скоростей:

- $\overset{<}{\mathbf{v}}_0: \mathbf{I} \neq 0$  – сжимаемость  $\rightarrow$  кавитационный разрыв плотности;
- $\overset{<}{\mathbf{v}}_H: \mathbf{II} \neq 0$  – поворот  $\rightarrow$  образование свободной струи или турбулентного вихря;
- $\overset{<}{\mathbf{v}}_Г: \mathbf{III} \neq 0$  – деформация, чистая – если другие инварианты тензоров равны нулю.

Если расчетная ячейка с присоединенным вихрем обращает в нуль детерминант поля конвективных скоростей в смежной точке, то фиксируется зарождение свободного турбулентного вихря. Гибридные алгоритмы полезны также за пределами аппроксимационного разрешения на относительно грубых сетках.

«Построение сеточных областей и корпускулярных расчетных схем» ориентируется на достижение наивысшей эффективности вычислений при разделении вычислительного эксперимента по совокупным физическим процессам, что необходимо для достижения сквозного контроля с возможностью гибридного перестроения математических зависимостей по текущим оценкам состояния моделируемой сплошной сре-

ды, с учетом интенсивности физического взаимодействия смежных корпускул – как виртуальных числовых объектов. Такой контроль решений возможен в случае построения всех математических зависимостей в простейшей канонической форме, что собственно и определяется геометрическими особенностями исходных сеточных областей.

В разделе: «О построении тензорных числовых объектов и моделирующих алгоритмов» - вводятся базовые числовые объекты [95] в понятиях языка программирования C++:

```
typedef double Real; // скалярная величина в глобальном пространстве и времени
typedef double real; // локальные или разностные отсчеты в пространстве и времени
struct Tensor; // тензорный объект без контекстных связей для быстрого счета
struct Base; // координаты местоположения и связанный базис Евклидовой СК
struct Cell; // числовая ячейка с контекстными связями к смежным частицам
struct Point; // точка дальних (мировых) отсчетов в масштабе абсолютной СК
struct Vector; // свободный разностный вектор в масштабе локальных отсчетов
struct Space; // пространство узловых элементов для сеточной области в целом
struct Volume; // множество свободных – подвижных и деформируемых ячеек
```

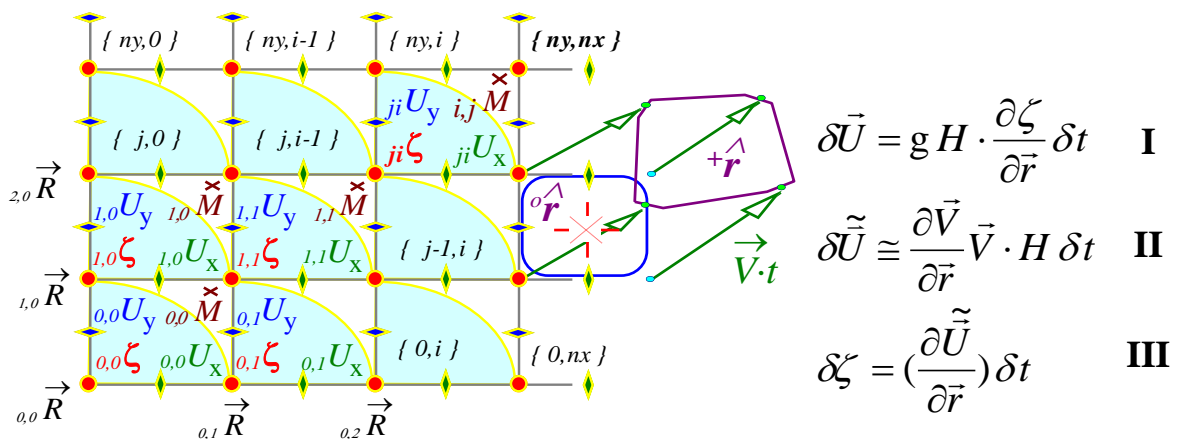


Рис. 6. Вычислительная схема континуально-корпускулярного представления длинноволновой модели динамики океана:  $U$  – вектор полного потока;  $H$  – глубина моря;  $\zeta$  – отклонение уровня от равновесного положения;  $V$  – скорость смещения частицы относительно неподвижной сетки;  $R$  – вектор местоположения и  $r$  – тензор формы частицы; I – уравнение движения (*внешнее воздействие*); II – деформация крупной частицы жидкости (*конвективность – интерполяция к исходным узлам*); III – условие неразрывности (*захват энергии движения*).

На примере длинноволновой вычислительной модели рассматриваются особенности реализации вычислительного эксперимента на основе явных численных схем. Исходная математическая модель в канонической форме (Рис. 6, выражения I и III) представляется системой дифференциальных уравнений первого порядка [90] с разделением решения по независимым физическим процессам. В задаче существует возможность сквозного распараллеливания всех операций, вплоть до каждой отдельно взятой сеточной ячейки. Обеспечивается доступность сквозного контроля физического состояния моделируемой среды с целью динамического выбора адекватной математической, асимптотической или эвристической модели течения.

Интерполяционный этап II (Рис. 6) отвечает за большие смещения и деформации частиц жидкости, и обычно не включается в длинноволновые вычислительные эксперименты.

Явные численные схемы также не востребуют регуляризованных сеток, что не обременяет моделирование избыточными объемами оперативной памяти.

Особенности построения «Сеточных пространств и свободно взаимодействующих частиц» рассматриваются с позиции объектно-ориентированного языка программирования C++, обеспечивающего непосредственное построение тензорных объектов в качестве числовых структур с возможностью применения к ним ограниченного набора вычислительных операций, назначаемого на этапах компиляции исходных текстов программ.

Контекстно-зависимые грамматики для функционального языка управления разнородными данными рассматриваются на примерах использования связанных с данными token-признаков, доопределяющих характеристики числовых объектов непосредственно в ходе выбора решений, и в управлении вычислительным экспериментом в ходе его реализации. Установление типа числовых структур, их принадлежности к

абсолютному или локальному базису, что повсеместно используются для автоматических преобразований данных, как минимум составляются тройками двоичных бит:

- “000” –  $T$  – скалярная величина в абсолютном базисе (как время)  
или другой безразмерный инвариант числового объекта;
- “001” –  $\vec{A}$  – вектор в глобальной системе координат (СК);
- “010” –  $\vec{a}$  – вектор в локальном базисе крупной частицы;
- “011” –  $t$  – размерная скалярная величина в локальной системе отсчета;
- “100” –  $\hat{\mathbf{r}}$  – тензор формы крупной частицы жидкости в глобальной СК;
- “101” –  $\mathbf{v}$  – смешанный базис проекций векторов на локальную СК;
- “110” –  $\mathbf{m}$  – базис локальных векторов в проекциях глобальной СК;
- “111” –  $\rho$  – определение тензорной величины в локальном базисе.

Непрерывный контроль битовых масок-признаков особенно важен в случае глубокого распараллеливания вычислительных операций на сложных гибридных системах, разделяющих моделирование на большие пространственные блоки, между которыми должна осуществляться автоматическая конвертация числовых структур для согласования решений на смежных границах или в областях с перехлестом нерегулярных сеточных аппроксимаций, и где возможны непредсказуемые перестроения структуры физических полей аэрогидромеханики.

Важным элементом программной среды представляется числовой объект **Screen** – «экран», в котором определяются параметры сцены для визуализации пространственных объектов [88 – «Контекстная графика»]. С этим управляющим объектом связывается инициализация параметров графической среды OpenGL, а также интерфейсы управления вычислительными процессами с помощью мышки и клавиатуры. Современные графические системы позволяют выполнять графическую визуализацию трехмерных физических полей без особого влияния на вычислительные операции на центральных процессорах.

Рассматривается вопрос эффективного использования оперативной памяти, что предлагается брать под собственное управление для достижения наивысшей эффективности с учетом конкретных технических или архитектурных особенностей вычислительных систем, без необходимости пересмотра исходных тестов программ.

```
// При распределении памяти резервируется четыре слова для хранения
// длины массива в байтах, для матриц во втором слове – количество строк
// Если длина указывается нулевой, то происходит освобождение
// существующего массива
// Если адрес нулевой - выделяется новый массив, иначе происходит
// перераспределения памяти, при котором начальный фрагмент
// сохраняется, добавленный - очищается
// Если при распределении двумерного массива в качестве длины строк
// указывается 0, то реальное распределение и памяти и управление
// типом и длиной строк производится в вызывающей программе.
// y – количество строк в матрице (фиксированном списке)
// y=0 – второй параметр не анализируется, а сама матрица удаляется
// s – длина строки в байтах
// s=0 – новые строки не выделяются, а старые не изменяются

#include <StdLib.h>      // На выходе из запроса длина массива в байтах
size_t Allocate( void* A );      // или - количество строк матрицы
void *Allocate(size_t s, void *A=0); // Линейный массив в байтах
void **Allocate(size_t y, size_t s, void *A=0); // Массив массивов
```

## Часть 5. Общее заключение

Теоретические исследования и решения прикладных задач относятся, в первую очередь, к созданию морских вычислительных экспериментов, активно изучавшихся в стенах Ленинградской академической школы корабельной гидромеханики, теории и мореходности корабля.

Настоящее исследование посвящено поискам обобщенных функциональных и алгоритмических методов построения прямых вычислительных экспериментов с явными численными схемами для моделирования в гидроаэромеханике, позволяющими в тензорной форме контро-

лизовать состояние трехмерных вычислительных объектов и процессов для повсеместной локальной адаптации решений к реальным законам движения или эмпирическим и асимптотическим зависимостям при оценке внутреннего состояния сплошной среды.

Аппарат трехмерной тензорной математики естественным образом встраивается в конечно-разностные операции метода крупных частиц (конечного объема) жидкости для строгого и однозначного представления физических законов в ближайшей окрестности элементарной частицы сплошной среды. Вычислительные модели ограничиваются линейными аппроксимациями для прямого континуального этапа моделирования взаимодействия смежных ячеек сплошной среды, которые при обратном пространственном дифференцировании отмечаются корпускулярными связями с присоединенными вращательными спинами и аккумулярованными дипольными моментами, замыкающими вычислительные процессы в соответствии с заданными физическими законами механики сплошных сред.

Разделение этапов вычислительного эксперимента по условно независимым физическим процессам становится естественным, что необходимо для сквозного распараллеливания вычислительных потоков с возможностью динамического выбора адекватных законов гидромеханики в зависимости от состояния тензорных инвариантов для реологического состояния сплошной среды и аппроксимационных особенностей трансформаций и взаимодействия числовых объектов в функциональной среде компьютерных операций.



## ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Основное содержание диссертации отражено в научных монографиях и статьях, в патентах на изобретения и сертификатах баз данных и программ для ЭВМ

Книги

1. *Храмушин В. Н.* О постановке вычислительного эксперимента в гидромеханике. Реализация задачи о распространении длинных волн. Препринт, Южно-Сахалинск, ИМГиГ ДВО АН СССР, 1988. – 41 с.

2. *Храмушин В. Н., Поплавский А. А., Непон К. И., Королев Ю. Н.* Оперативный прогноз цунами на морских берегах Дальнего Востока России. Институт морской геологии и геофизики. Южно-Сахалинск: ДВО РАН, 1997. – 272 с.

3. *Храмушин В. Н., Красный М. Л., Воловский В. В. и др.* Пути создания системы мониторинга шельфа Сахалинской области. Сахалинское книжное издательство, Южно-Сахалинск, 1998. – 208 с.

4. *Храмушин В. Н.* Поисковые исследования штормовой мореходности корабля. Владивосток: Дальнаука, 2003. – 172 с.

5. *Храмушин В. Н.* Трехмерная тензорная математика вычислительных экспериментов в гидромеханике. Владивосток: ДВО РАН, 2005. – 212 с.

6. История штормовой мореходности (от древности до наших дней). По материалам поисковых и научно-исследовательских работ: Калининград, 1975 – Владивосток – Санкт-Петербург – Сахалин, 2003. *Храмушин В.Н. Антоненко С.В. Комарицын, и др.* Южно-Сахалинск: Сахалинское книжное издательство. 2004. – 280 с.

7. *Храмушин В. Н., Поплавский А. А.* Методы оперативного прогноза цунами и штормовых наводнений. Владивосток: Дальнаука, 2008. – 176 с.

8. *Khramushin V., Smolar I., Zolotukhin E. и др.* Climatic Atlas of the North Pacific Seas 2009: Bering Sea, Sea of Okhotsk, and Sea of Japan (Климатический атлас морей Тихого океана 2009: Берингово, Охотское и Японское мо-

ря). World Data Center for Oceanography, Silver Spring International Ocean Atlas and Information Series, Volume 12, NOAA Atlas NESDIS 67. USA. 380 pages + CDROM.

9. Храмушин В. Н. Поисковые исследования штормовой мореходности корабля (История эволюционного развития инженерно-технических решений об обводах и архитектуре корабля, о единении морских наук и хорошей морской практики). LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG. 2011. – 288 с.

#### Выпуски научных статей

10. Охрана природы, мониторинг и обустройство сахалинского шельфа. Environmental Monitoring and Sea Facilities on the Sakhalin Shelf. Ред: Храмушин В. Н., Красный М. Л., Бернгардт Р. П. - Южно-Сахалинск: Сахалинское книжное издательство, 2001. – 180 с. : ил. - ISBN 5-88453-027-7, ББК 20.1, 092, А4, рус/англ.

11. Морские исследования и технологии изучения Мирового океана. Вып. 1: сб.ст. / ред.выпуска В. Н. Храмушин. – Владивосток: ДВО РАН, 2005. – 192 с.: ил. - ISBN 5-7442-1369-4.

12. Мореходство и морские науки – 2008. Первая сахалинская региональная морская научно-техническая конференция. Избранные доклады Первой Сахалинской региональной морской научно-технической конференции (12 февраля 2008 г.) / Под ред. В. Н. Храмушина. – Южно-Сахалинск: СахГУ, 2008. 170 стр. ISSN 2227-4375, ISBN 5-88811-233-2.

13. Мореходство и морские науки – 2009. Вторая сахалинская региональная морская научно-техническая конференция. Избранные доклады Второй Сахалинской региональной морской научно-технической конференции (23 сентября 2008 г.) / Под ред. В. Н. Храмушина. – Южно-Сахалинск: СахГУ, 2010. 292 стр. ISSN 2227-4375, ISBN 978-5-88811-287-8.

14. Мореходство и морские науки – 2011. Третья сахалинская региональная морская научно-техническая конференция. Избранные доклады Тре-

тей Сахалинской региональной морской научно-технической конференции (15-16 февраля 2011 г.) / Под. ред. В. Н. Храмушина. – Южно-Сахалинск: СахГУ, 2011. – 304 с. ISSN 2227-4375, ISBN 978-5-88811-366-0.

15. Мореходство и морские науки – 2012. Четвертая Сахалинская региональная морская научно-техническая конференция. Избранные доклады Четвертой (2) Сахалинской региональной морской научно-технической конференции (5-7 сентября 2012 г. и 12 февраля 2013 г.) / Под ред. В. Н. Храмушина. – Южно-Сахалинск: Сахалинская областная типография, 2013. – 300 с. ISSN 2227-4375, ISBN 978-5-89290-195-6

#### Научные статьи и доклады

16. Храмушин В. Н., Файн А. В. Программная реализация решения линейной задачи о распространении волн цунами // Всесоюзное совещание по вычислительным методам в проблеме цунами, сентябрь 1987 г. п. Шушенское: Тезисы. – Красноярск: ВЦ СО АН СССР, 1987 г. – С. 116.

17. Храмушин В. Н. Численное решение уравнений мелкой воды с использованием Лагранже-Эйлера подхода // Всесоюзное совещание по цунами: «Теоретические основы и аппаратные средства прогноза цунами» Тез.докл. – Обнинск: ЦКБ ГМП, 1988. – С. 152–153.

18. Храмушин В. Н. Применение троичной матрицы при проектировании вычислительного эксперимента // Актуальные вопросы геологии, геофизики и биологии. Южно-Сахалинск: ИМГиГ ДВО АН СССР, 1990 (Материалы XVI Конференции молодых ученых ИМГиГ). С. 86-102.

19. Храмушин В. Н. Разработка требований к системе программирования для проведения вычислительного эксперимента // Там же. С. 103-118.

20. Храмушин В. Н. Использование особенностей цифровой ЭВМ для постановки вычислительного эксперимента в гидромеханике // Там же. С. 119-133.

21. Храмушин В. Н., Иванов В. В. Рассеяние волновой энергии на береговой линии // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. – Т. 25, № 6, М.: 1989 г. С. 627-635.

22. Храмушин В. Н. Алгоритмический метод расчета коэффициентов передачи амплитуды волны цунами // Морские природные катастрофы (цунами и штормовые нагоны): Тезисы докладов научной конференции, 17-20.09.1990 г. / Горький: ГПИ. – 1990. С. 38.

23. Храмушин В. Н., Иванов В. В. Генерация волн на мелководье // Известия АН СССР Физика атмосферы и океана. Том 27, № 4, М.: – 1991 г. С. 462-474.

24. Храмушин В. Н. Комплекс программ для решения задач о распространении волн цунами // Вычислительные технологии. Том 1, № 3 Сборник научных трудов. Институт вычислительных технологий СО РАН. Новосибирск, 1992. С. 281-295.

25. Храмушин В. Н., Шевченко Г. В. Метод детального цунамирайонирования на примере Анивского залива // Океанология. Том. 34, № 2, М.: – 1994 г. С. 218-223.

26. Храмушин В. Н., Булгаков Р. Ф., Иванов В. В., Певзнер М. М., Сулержицкий Л. Д. Исследование следов палеоцунами для цунамирайонирования // Известия АН России. Физика Земли. Том 4, № 2, М.: 1995 г. С. 18-27.

27. *Khramushin V.* Computational Experiment for Tidal Observation in the Okhotsk Sea // North Pacific Marine Science Organization (PICES). Workshop on the Okhotsk Sea and Adjacent Areas. Abstracts, June 19-24, 1995, Vladivostok. P. 93.

28. *Khramushin V.* Practical Using of the Computational Experiment for the Tsunami and Storm Surge // XXI General Assembly Int. Union Geodesy and Geophysics, Boulder, Colorado, July 2-14 1995. Abstracts. P. 326.

29. *Khramushin V., Harry Yeh, Titov V., Gusiakov V., Pelinovsky E., Kaistrenko V.* The 1994 Shikotan Earthquake Tsunamis // PAGEOPH. Vol. 144, Nos. 3/4 (1995). P. 532-538.

30. Храмушин В. Н., Иващенко А. И., Пелиновский Е. Н. и др. Шикотанское цунами 5 октября 1994 г. // Доклады РАН, 1996, том 348, № 4. С. 532-538.
31. Храмушин В. Н. Концепция вычислительного и дистанционного мониторинга дальневосточных морей // Рыбохозяйственные исследования в Сахалино-Курильском районе и сопредельных акваториях. Сборник научных трудов. Том 1. Южно-Сахалинск: СахНИРО. – 1996. С. 34-44.
32. *Khramushin V.* Computer aided system for a duty engineer of the tsunami warning service // Symposium on Humanity and the World Ocean - Interdependence at the Dawn of the New Millennium. PACON-99 Proceedings, Jun 23 – Sep 25, 1999. 2000. P. 179-187.
33. Храмушин В. Н. Трехмерная тензорная математика вычислительных экспериментов в гидромеханике // Высокопроизводительные вычисления и их приложения. Материалы всероссийской научной конференции. – М.: НИВЦ МГУ, 2000. С. 114-117.
34. Храмушин В. Н. Оптимизация формы корпуса корабля. Автореф. дис. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук / Дальневост. гос. техн. ун-т, Владивосток, 2002, – 22 с.
35. Храмушин В. Н., Файн А. В. Тензорное представление алгоритмов вычислительной гидромеханики // Вестник ДВО РАН. 2004, № 1(113). С.52-68
36. Храмушин В. Н. Исследования по оптимизации формы корпуса корабля. Вестник ДВО РАН. 2003, № 1(107). С. 50-65.
37. Храмушин В. Н., Втюрина А.С., Шустин В.А., Шевченко Г.В., Ивельская Т.Н. Исследование гидродинамического режима на акватории Холмского морского торгового порта. Вестник ДВО РАН. 2004, № 1(113). С. 40-51.
38. Храмушин В. Н. Исследование путей создания гибкого плавникового движителя с динамически изменяемой геометрией машущего крыла // Морские исследования и технологии изучения природы Мирового океана. Вып.1: сб.ст. / ред. выпуска В.Н. Храмушин. – Владивосток: ДВО РАН, 2005. С. 179-183.

39. Храмушин В. Н., Корытко А. С. Исследование путей создания сверхмалого телеуправляемого корабля. Вестник ДВО РАН. 2006, № 1(125). С. 115-120.

40. Храмушин В. Н. Достижение наилучшей штормовой мореходности. Проведение опытовых испытаний в условиях естественного ветрового и прибойного волнения // Морской вестник. 2007. № 3 (6) / Труды Российского НТО судостроителей им. акад. А.Н.Крылова. «Единение науки и практики». III Съезд Российского Научно-технического общества судостроителей им. акад. А.Н. Крылова. I Российская научно-практическая конференция судостроителей. 5-8 сентября 2007 г. – СПб, Изд-во «Мор Вест». 2007. С. 48-51.

41. Vasily N. Khramushin. Hydrodynamics approaches to ship stabilization on heavy waves // Proceedings of the 4<sup>th</sup> Asia-Pacific Workshop on Marine Hydrodynamics. National Taiwan University, Taipei, China, June 16-18, 2008. P. 87-92.

42. Храмушин В.Н. Алгоритмические особенности тензорной математики для построения вычислительных экспериментов в гидромеханике // Сборник трудов X Международной научной школы «Гидродинамика больших скоростей» и Международной научной конференции «Гидродинамика. Механика. Энергетические установки» (к 145-летию со дня рождения академика А.Н. Крылова). 10-13 сентября 2008. – Чебоксары: ЧПИ МГОУ, 2008. – 748 с. ISBN 978-5-902891-35-2. С. 431-440.

43. Khramushin V. Key Design Solutions and Specifics of Operation in Heavy Weather (*Fluid Mechanics Approach to Stabilization of Ship in Heavy Seas*) // Proceedings. 10th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles. STAB-2009, June 22-26, 2009. S-Petersburg, Russia. P. 473-482. ShipDesign.ru/Khram/Art/STAB2009-eng.html

44. Храмушин В. Н. Активный стабилизатор килевой и бортовой качки корабля – штормовой аварийный движитель. // Доклады научно-технической конференции «Проблемы мореходных качеств судов, корабельной гидромеханики и освоения шельфа. XLIII Крыловские чтения. 20-21 октября 2009 г. СПб: Тип. ЦНИИ им.акад. А.Н.Крылова. С. 74-76.

45. *Vasily Khramushin, Alexey Masolov, Sergey Chizhiumov*. Basic researches and engineering approaches in ship designing for advanced storm seaworthiness // The 5<sup>th</sup> Asia-Pacific Workshop on Marine Hydrodynamics – APHydro-2010. Osaka, Japan, July 1-4, 2010. P. 125-128, 175-178.

46. *Храмушин В.Н.* Согласование элементов формы корпуса и общекорабельной архитектуры для достижения эффективности и безопасности штормового плавания // Морские интеллектуальные технологии. 2010. Спецвыпуск. II научно-практическая конференция по судостроению «Наука и практика – 2010» 14 октября 2010 г, г. Санкт-Петербург. С. 55-61

47. *Кроленко С. И., Храмушин В. Н.* Ключевые проектные решения и особенности штормового кораблевождения // Доклады научно-технической конференции «Проблемы мореходных качеств судов, корабельной гидромеханики и освоения шельфа» (XLIV Крыловские чтения). СПб: ЦНИИ им. А.Н. Крылова, Центральное Правление РосНТО судостроителей им А.Н. Крылова, секция мореходных качеств судов. 15-16 ноября 2011 г., Санкт-Петербург. – С. 72–85.

48. *Храмушин В. Н.* Проекты рыболовных, спасательных и патрульных судов для сложных, штормовых и ледовых условий Сахалина и Курильских островов // Там же. – С. 86–94.

49. *Храмушин В.Н.* Проектные и эксплуатационные испытания морских стационарных и плавучих инженерных сооружений в открытом море // Морские интеллектуальные технологии. 2012. № 1. (*Моринтех-Океанотехника-2012, 21-22 марта, Санкт-Петербург*). С. 119-124.

50. *Храмушин В. Н.* Деятельность НТО судостроителей о. Сахалин и его задачи на следующий период // Материалы IV Съезда Российского НТО судостроителей им. акад. А. Н. Крылова, 16 октября 2012 г., Центральный Военно-морской музей, Санкт-Петербург. С. 47-52.

51. *Храмушин В. Н., Царев Б. А.* Проектный анализ условий штормовой мореходности // Морские интеллектуальные технологии. 2013. № 1 (19). ISSN: 2073-7173. С. 48-53.

52. Храмушин В. Н., Царев Б. А. Проектные аспекты создания рыболовных судов с высоким уровнем штормовой мореходности. // Морской вестник. 2013. № 1S(10). ISSN 1812-3694. С. 6-9.

53. Храмушин В. Н., Дегтярев А. Б. Особенности построения вычислительных экспериментов в гидромеханике с использованием явных численных схем и функциональных алгоритмов тензорной математики // Математическое моделирование и вычислительная физика (ММСР-2013, Mathematical Modeling and Computational Physics): Тезисы докладов международной конференции (Дубна, 8-12 июля 2013 г.) – Дубна: ОИЯИ. С. 66 (пленарный доклад). С. 66.

54. Храмушин В.Н. Штормовые мореходные изыскания в проектировании дальневосточного флота // Доклады научно-технической конференции «Проблемы мореходных качеств судов и корабельной гидромеханики» (XLIV Крыловские чтения 2013 г.). 22-23.09.2013. г. Санкт-Петербург. С. 98-101.

55. Храмушин В.Н., Дегтярев А.Б. Проектирование и построение вычислительных экспериментов в гидромеханике с использованием явных численных схем и алгоритмов тензорной математики // Математическое моделирование. 2014 год, том 26, № 11, С. 4-17.

56. Vasily Khramushin. Features architecture of mean ship to navigation in heavy, stormy and ice conditions on the northern seas // Proceedings of the 14th International Ship Stability Workshop / Session 2. Naval Ship Stability, 29<sup>th</sup> September – 1<sup>st</sup> October 2014, Kuala Lumpur, Malaysia. P. 47-57.

57. V. Khramushin, A. Degtyarev, V. Mareev. Design and construction of computer experiments in fluid mechanics and ship stability. Там же. P. 187-198.

58. Vasily Khramushin. Achieve special seaworthiness of the ship due to hull form peculiarities // Proceedings of the 7<sup>th</sup> Asia-Pacific Workshop on Marine Hydrodynamics in Naval Architecture, Ocean Technology and Subsea Technology, September 9-13, 2014, Editor in Chief S.V.Antonenko, Far Eastern Federal University, School of Engineering, Vladivostok. P. 100-105.

59. Храмушин В. Н., Богданов А. В., Дегтярев А. Б. Проектирование и построение вычислительного эксперимента – формализация числовых струк-



тур и математических операций // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий, VII Международная конференция ПМТУКТ-2014 (Modern problems of applied mathematics, control theory and computer science, AMSTCS-2014). 14-21 сентября. – Воронеж: Изд-во «Научная книга». – С. 38-41.

60. Храмушин В. Н., Белоненко Т. В., Дегтярева Я. А. Повышение вычислительной эффективности длинноволновой океанологической модели для решения инженерных задач // Там же. – С. 29-32.

61. Храмушин В. Н., Колдунов Н. В., Волков Д. Л., Колдунов А. В., Дегтярева Я. А., Белоненко Т. В. Опыт использования технологий виртуализации для расчётов на океанологической модели // Там же. – С. 200-202.

62. Храмушин В. Н., Царев Б. А. Пути создания судов с высокой штормовой мореходностью // Морской вестник. № 1(53), 2015. – С. 11-14.

63. Храмушин В. Н. Тензорное представление явных численных схем для континуально-корпускулярных этапов вычислительных экспериментов в гидромеханике // Вестник Санкт-Петербургского университета. № 2, Серия 10. Выпуск 2. 2015. Июнь. (Прикладная математика, информатика, процессы управления). – С. 106-114.

64. Vasily N. Khramushin. Target Ship Design and Features of Navigation for Motion Stabilization and High Propulsion in Strong Storms and Icing // Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Conference on the Stability of Ship and Ocean Vehicles / Session 12.2 – Decision Support, 19-24 June 2015, University of Strathclyde, Glasgow, Scotland. – P. 1017-1025.

65. Храмушин В. Н., Богданов А. В., Дегтярев А. Б. Высокопроизводительные вычисления на гибридных системах: будут ли решены «задачи большого вызова»? (*High performance computations on hybrid systems: will “GRAND CHALLENGES” be solved?*) // Компьютерные исследования и моделирование. 2015 Том 7 № 3. М.: МГУ, 2015. Материалы шестой международной конференции «Распределенные вычисления и грид-технологии в науке и образовании» (Grid'2014) Пленарный доклад. – С. 429-438.

66. Храмушин В. Н., Богданов А. В., Дегтярева Я. А., Захарчук Е. А., Тихонова Н. А., Фукс В. Р. Интерактивный графический инструментарий глобального вычислительного эксперимента в службе морских оперативных прогнозов // Там же. Секционный доклад. – С. 641-648.

67. Храмушин В. Н., Дегтярев А. Б., Ежакова Т. Р. Алгоритмическое построение явных численных схем и визуализация объектов и процессов в вычислительном эксперименте в гидромеханике (*Пространственные числовые объекты тензорной геометрии для аппроксимации элементарных деформируемых частиц и моделирования вычислительных операций физической теории поля*) // Там же. Стендовый доклад. – С. 767-774.

68. Храмушин В. Н. Целевое непротиворечивое проектирование кораблей и судов для штормовых и ледовых условий Дальнего Востока России (Пленарный доклад) // Международный симпозиум «Наука. Инновации. Техника и технологии: проблемы, достижения и перспективы» – Фундаментальные исследования океанотехники и морской инфраструктуры: теория, эксперимент, практика (Комсомольск-на-Амуре, 12–16 мая 2015 г.: ФГБОУ ВПО «КнАГТУ»), 2015. – С. 24-29.

69. Кайстренко В. М., Храмушин В. Н., Золотухин Д. Е. Создание карт цунамирайонирования на примере Южных Курильских островов // Геодинамические процессы и природные катастрофы. Опыт Нефтегорска: Всероссийская научная конференция с международным участием, Южно-Сахалинск, 26–30 мая 2015 г.: сборник материалов. В 2-х томах. – Владивосток: Дальнаука, 2015. Том 1. – С. 292-296.

70. Bogdanov A. V. and Khramushin V. N. Tensor Arithmetic, Geometry and Mathematical Principles of Fluid Mechanics in the Implementation of Direct Computational Experiments // International Conference on Mathematical Modeling and Computational Physics – 2015, Abstracts. FEE&I TU Kosice, 2015. – P. 43.

71. Degtyarev A.B. and Khramushin V.N. Coordinate Systems, Numerical Objects and Algorithmic Operations of Computational Experiments in Fluid Mechanics // Там же. P. 50.

72. *Bogdanov A. V. and Khramushin V. N.* Tensor Arithmetic, Geometry and Mathematical Principles of Fluid Mechanics in the Implementation of Direct Computational Experiments // The European Physical Journal Conferences 02/2016; 108(02013): 6 p. DOI: 10.1051/epjconf/201610802013.

73. *Degtyarev A.B. and Khramushin V.N.* Coordinate Systems, Numerical Objects and Algorithmic Operations of Computational Experiments in Fluid Mechanics // The European Physical Journal Conferences 02/2016 108(02018): 6 p. DOI: 10.1051/epjconf/201610802018.

74. *Богданов А. В., Дегтярев А. Б., Храмушин В. Н.* Трехмерная тензорная математика вычислительных экспериментов в гидромеханике // Вычислительные технологии в естественных науках. Методы суперкомпьютерного моделирования. Серия «Механика, управление, информатика». Часть 3. Сборник трудов ИКИ РАН 17–19 ноября 2015 г. Россия, Таруса, Под ред. Р. Р. Назирова, Л. Н. Щура, стр. 34-48.

#### Патенты и заявки на изобретения

75. *Храмушин В. Н.* Корабль без бортовой качки на волнении. Патент № 2360827 от 10 июля 2009 г.;

76. *Храмушин В. Н.* Корабль без килевой качки на ходу на волнении. Заявка № 2007133625/11 от 07.09.2007 г. Опубликовано 20.03.2009, бюл. № 8;

77. *Храмушин В. Н.* Корабль с плавниковым двигателем. Патент № 2360831 от 10 июля 2009 г.;

78. *Храмушин В. Н.* Активный стабилизатор килевой и бортовой качки корабля – штормовой аварийный двигатель. Патент № 2384457 от 2010.03.20;

79. *Храмушин В. Н.* Корабль гидрографической и патрульной службы. Патент № 2384456 от 2010.03.20;

80. *Храмушин В. Н.* Корабль, устойчивый в штормовом плавании. Патент № 2487043 от 2012.11.01;

81. *Храмушин В. Н.* Рыболовное судно северных морей. Патент № 2535382 от 2014.07.28;

82. Храмушин В. Н. Носовая оконечность быстроходного надводного корабля или относительно тихоходного гражданского судна повышенной штормовой мореходности и ледовой проходимости в автономном плавании – «Форштевень и скула корабля» (Stem). Рег.№ 2015107067/20(011473), от 2015-03-02. (составлено 2015-01-12, решение о выдаче патента 2016-07-27);

83. Храмушин В. Н. Кормовая оконечность стабилизированного для штормового плавания корабля - «Ахтерштевень и кормовой подзор корабля» (Stern). Рег.№ 2015107068/20(011474), от 2015-03-02. (составлено 2015-01-12, решение о выдаче патента 2016-07-27)

84. Храмушин В. Н. Универсальное транспортное судно (Univer86). СахГУ: Патент № 2603709 от 2016.07.04. Заявка: рег. № 2015126838/11(041761) от 2015.07.03.

85. Храмушин В. Н. Морской спасатель – научно-исследовательское судно (A1202). СахГУ: Патент № 2603818 от 2016.07.04. Заявка: рег. № 2015126828/11(041748) от 2015.07.03.

86. Храмушин В. Н., Малашенко А. Е. Сверхмалое автономное гидрофизическое судно с плавниковым движителем. Патент на полезную модель № 65018(13), Бюл. № 21 от 2007.07.27.

87. Храмушин В. Н., Малашенко А. Е. Сверхмалое автономное гидрофизическое судно. Патент на полезную модель № 51586(13), Бюл. № 6 от 2006.02.27.

#### Свидетельства о государственной регистрации программ и баз данных для ЭВМ

88. Храмушин В.Н. «Контекстная графика» – (Window-Place) Контекстно-зависимая среда построения трехмерной графики OpenGL с использованием виртуальных процедур С++ и многооконного интерфейса Windows со стековым наложением графических и текстовых фрагментов. СахГУ № 2010615850 от 2010.09.08;

89. Храмушин В.Н. «Hull» – Построение аналитической формы корпуса корабля, расчеты волнового сопротивления, кривых элементов теоретического чертежа и диаграмм остойчивости морских судов. СахГУ № 2010615849 от 2010.09.08;

90. Храмушин В.Н. «Ani» – Прямые вычислительные эксперименты для моделирования цунами, штормовых нагонов, экстремальных течений и приливного режима в открытом океане и вблизи побережья. СахГУ № 2010615848 от 2010.09.08;

91. Храмушин В.Н. «Mario» – Интерактивный океанографический программный комплекс для ведения и анализа цифровых приливных архивов и мореографных записей колебаний уровня моря. СахГУ № 2010615847 от 2010.09.08;

92. Храмушин В.Н. «Sakhalin» – Информационно-картографическая система. СахГУ № 2010615845 от 2010.09.08;

93. Храмушин В.Н., Минервин И.Г. База данных: «Батиметрия» – Цифровые батиметрические массивы (Охотское море). СахГУ № 2010620626 от 2010.10.22;

94. Храмушин В.Н., Шевченко Г.В., Симаков Е.Е. База данных: «Сахалин - море» – Расчетные и регистрируемые колебания уровня моря на Дальнем Востоке России. СахГУ № 2012620509 от 2012.06.05;

95. Храмушин В. Н. «Программа для построения числовых объектов и функций трехмерной тензорной математики при реализации вычислительных экспериментов в гидромеханике» (Tensor). СПбГУ № 2013619727 от 2013.10.14;

96. Богданов А. В., Храмушин В. Н. «Интерактивный графический программный комплекс для моделирования взаимодействия поляризованных корпускул в трехмерном пространстве» (Ядро). СПбГУ № 2013619726 от 2013.10.14;

97. *Дегтярев А. Б., Богданов А. В. Храмушин В. Н.* «Интерактивный графический программный комплекс для построения и визуального анализа штормовой поверхности моря» (Волна). СПбГУ № 2013619728 от 2013.10.14;

98. *Дегтярев А. Б., Храмушин В. Н.* «Программа интерактивной графической визуализации спектральных зависимостей для парных и распределенных по морским акваториям временных рядов» (SpecrM). СПбГУ № 2015618259 от 2015.08.04;

99. *Богданов А. В., Храмушин В. Н.* База данных: «Цифровые теоретические чертежи для проектного анализа гидростатических характеристик, устойчивости и ходкости корабля» → «Проектные чертежи для анализа гидростатических характеристик, устойчивости и ходкости корабля» (Vessel). СПбГУ № 2015621368 от 2015.09.08.

«Методология вычислительного эксперимента в гидромеханике на базе современных компьютерных технологий» (Трехмерная тензорная математика вычислительных экспериментов в гидромеханике).1

<b>ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ</b> .....	3
Актуальность проблемы. ....	3
Цель работы. ....	4
Методы исследования. ....	4
Ключевые направления исследований .....	5
Основные положения, выносимые на защиту: .....	7
Научная новизна .....	8
Ключевые научные результаты .....	8
Достоверность материалов и результатов исследования .....	9
Авторство ключевых результатов исследования .....	9
Апробация работы .....	10
Публикации .....	12
Объем работы .....	12
<b>ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ</b> .....	13
Часть 1. Исходные тезисы и суждения о построении вычислительного эксперимента.....	13
Часть 2. Тензорная арифметика/геометрия/математика законов гидромеханики в реализации прямых вычислительных экспериментов .....	16
Часть 3. Тензорная математика в алгоритмической записи основных законов гидромеханики .....	21
Часть 4. Координатные системы, числовые объекты и алгоритмы вычислительного эксперимента в гидромеханике.....	34
Часть 5. Общее заключение .....	39
<b>ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ИССЛЕДОВАНИЯ</b> .....	41
Книги .....	41
Выпуски научных статей .....	42
Научные статьи и доклады .....	43
Патенты и заявки на изобретения .....	51
Свидетельства о государственной регистрации программ и баз данных для ЭВМ .....	52

Храмушин Василий Николаевич

**«Методология вычислительного эксперимента  
в гидромеханике на базе современных  
компьютерных технологий»**  
*(Трёхмерная тензорная математика  
вычислительных экспериментов в гидромеханике)*

Автореферат диссертации  
на соискание ученой степени доктора  
технических наук

Лицензия № \_\_\_\_\_ от \_\_. \_\_. \_\_ г.

Подписано в печать \_\_ \_\_\_\_\_ 2016 г. Формат 60x84/16.

Печать офсетная. Усл. печ. л. \_\_\_\_. Уч.-изд. л. \_\_\_\_.

Тираж 100 экз. Заказ № \_\_\_\_.